FACHHOCHSCHULE KIEL UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES

Institut für Volkswirtschaftslehre und Wirtschaftspolitik

Prof. Dr. Andreas Thiemer

VWL-Semesterprojekt
Nr. 8
WS 2008/2009

Haarinas Next Topmodel

Ein Keynesscher Schönheitswettbewerb

Unter Mitarbeit von:

Christian Koch
Hendrik Reger

Spielmoderation und statistische Auswertung des Experiments:
Christian Koch / Hendrik Reger

Projektleitung und Redaktion:
Andreas Thiemer

HAARINAS NEXT TOPMODEL

Ein Keynesscher Schönheitswettbewerb

1. WAS HABEN INVESTITIONSENTSCHEIDUNGEN MIT EINEM SCHÖNHEITSWETTBEWERB GEMEINSAM?

Die weltweite Finanz- und Wirtschaftskrise hat John Maynard Keynes wieder zur einer ungeahnt hohen Popularität verholfen[1] – und das nicht nur, um in seinem Namen staatliche Konjunkturankurbelung zu rechtfertigen. Angesichts der Exzesse auf den Finanzmärkten besinnt man sich auch auf den psychologisch und verhaltensökonomisch orientierten Ansatz des englischen Lords zurück. So ist jüngst (2009) ein Buch von George A. Akerlof und Robert J. Shiller erschienen, dessen Titel „Animal Spirits“ bewusst auf ein bekanntes Zitat aus der „General Theory“ anspielt:

“Even apart from the instability due to speculation, there is the instability due to the characteristic of human nature that a large proportion of our positive activities depend on spontaneous optimism rather than mathematical expectations, whether moral or hedonistic or economic. Most, probably, of our decisions to do something positive, the full consequences of which will be drawn out over many days to come, can only be taken as the result of animal spirits - a spontaneous urge to action rather than inaction, and not as the outcome of a weighted average of quantitative benefits multiplied by quantitative probabilities.” (Keynes 1936, S. 161)

Keynes Interpretation des Anlegerverhaltens steht in scharfem Gegensatz zur heute (noch) vorherrschenden Theorie effizienter Kapitalmärkte, in der die Entscheidungen der Investoren – modelliert durch einen repräsentativen Agenten – auf rationalen Erwartungen fußen und im Gleichgewicht Fundamentalfaktoren (auch kurzfristig) den Marktpreis einer risikobehafteten Anlage determinieren. Keynes betont stattdessen die Heterogenität und Interdependenz der Erwartungen von Investoren, die ihre Entscheidungen oft instinktiv treffen und dabei auch irrationalen Impulsen (den „Animal Spirits“) nachgeben. Deutlich wird dies in seinen Ausführungen zur Erwartungsbildung eines kurzfristig orientierten Anlegers, der unter Unsicherheit in ein Vermögensobjekt mit langer Laufzeit (wie z.B. eine Aktie) investiert. Wenn der Marktpreis durch die Erwartungen der Mehrheit der Marktteilnehmer bestimmt wird, sollte sich der einzelne Anleger weniger Gedanken um den langfristigen Fundamentalwert der Anlage als vielmehr um die Erwartungen der anderen Investoren am Markt machen. Ein erfolgreicher Spekulant wird daher eine Erwartung über die Erwartungen der anderen Marktteilnehmer bilden. Ein noch erfolgreicherer Investor sollte dann allerdings Erwartungen über die Erwartungen von Erwartungen der anderen Marktteilnehmer bilden. Besser wäre es natürlich noch eine Stufe weiter seine Erwartungen zu treiben, etc. Soll man sich wirklich in der Unendlichkeit solcher Gedankengänge verlieren oder nicht besser abbrechen und seiner Intuition folgen? Keynes hat dieses Problem der iterierten Erwartungen („Beliefs“) recht anschaulich am Beispiel eines Schönheitswettbewerbs in einer Zeitung verdeutlicht, wie er seinerzeit wohl üblich war:

„… professional investment may be likened to those newspaper competitions in which the competitors have to pick out the six prettiest faces from a hundred photographs, the prize being awarded to the competitor whose choice most nearly corresponds to the average preferences of the competitors

[1] Z.B. begann die FAZ. am 19.2.2009 mit einem Abdruck einiger Radioansprachen von Keynes und das Handelsblatt startete am 16.3.2009 eine Serie unter dem Titel „Keynes – geliebt, gehasst, wiederentdeckt“

as a whole; so that each competitor has to pick, not those faces which he himself finds prettiest, but those which he thinks likeliest to catch the fancy of the other competitors, all of whom are looking at the problem from the same point of view. It is not a case of choosing those which, to the best of one's judgment, are really the prettiest, nor even those which average opinion genuinely thinks the prettiest. We have reached the third degree where we devote our intelligences to anticipating what average opinion expects the average opinion to be. And there are some, I believe, who practise the fourth, fifth and higher degrees." (Keynes 1936, S. 156).

In Sinne dieser Parabel lässt sich eine kurzfristige Investitionsentscheidung als Schönheitswettbewerb (Beauty Contest) interpretieren: Nicht die Aktie, die gemessen an ihren langfristige Fundamentalfaktoren am „schönsten" ist, wird einen besonders hohen Kurs erzielen, sondern diejenige Aktie, von der die meisten Marktteilnehmer vermuten, dass die anderen Akteure eine hohe Kurserwartung hegen (sie also für die „schönste" Anlage halten.). So lässt sich auch erklären, wie selbsterfüllende Erwartungen zustande kommen, unter denen der Marktpreis systematisch vom Fundamentalwert abweichen wird (spekulative Blase)[2]. Erstaunlicherweise hat es bisher kaum den Versuch gegeben, die Keynessche Erwartungsbildungshypothese des Beauty Contest in ein logisch konsistentes Finanzmarkmodell formal einzubinden. Eine Ausnahme bildet das Modell von Allen/Morris/Shin (2006), das in seiner Grundstruktur in Anhang A4 zusammen mit einer numerischen Simulationen vorgestellt wird.

Anders als in der Finanzmarkttheorie hat der Keynessche Schönheitswettbewerb allerdings seinen festen Platz in der Spieltheorie und der experimentellen Wirtschaftsforschung gefunden, weil die „strategische" Erwartungsbildung in Form von Beliefs interessante Fragen für diese Forschungszweige aufwirft:

- Der Spieler in einem Beauty Contest versucht seine Entscheidung als beste Antwort auf die vermuteten Erwartungen der Mitspieler zu treffen. Welche Entscheidungen führen dann theoretisch zu einem strategischen Gleichgewicht in diesem Wettbewerb?
- Kommt dieses theoretische Gleichgewicht in der Realität auch zustande? Wie viel Schritte versuchen Menschen in solchen Situationen gegenüber ihren Konkurrenten vorauszudenken?

Diesen Fragen wird auch in dieser Studie nachgegangen. Das Experiment, das wir an der FH-Kiel im Wintersemester 2008/09 durchführten, gehört zum Standardrepertoire der experimentellen Wirtschaftsforschung. Nach einer kurzen spieltheoretischen Analyse des Beauty Contest Game werden Ablauf und Ergebnisse unseres Experiments vorgestellt und mit entsprechenden Referenzstudien verglichen.

[2] Akerlof/Shiller (2009, S.133) verweisen deshalb in ihrem Kapitel zur Volatilität an den Finanzmärkten auf diesen „Beauty Contest" bei Keynes.

2. DAS BEAUTY CONTEST GAME ALS ZAHLENWAHLSPIEL

Das strategische Problem des Keynesschen Schönheitswettbewerbs lässt sich in die Form eines N-Personen-Spiels übertragen, bei dem sich die Spieler statt für das „schönste Gesicht“ für eine „schönste Zahl“ zu entscheiden haben. Jeder Spieler i = 1,2,…,N wählt dazu eine Zahl z aus einem vorgegebenen Intervall [a, b]. Diese Zahl repräsentiert die gewählte Spielerstrategie. Kein Spieler kennt die Zahlenwahl seiner Konkurrenten. Die „schönste“ Zahl Z* (= Zielzahl) ist als Funktion des Mittelwertes $\overline{Z}$ der von allen Spielern genannten Zahlen definiert. Sieger des Spiels ist derjenige Spieler, dessen Zahl am nächsten an Z* liegt, also die Bedingung

$$\min_{\forall z_i \in [a,b]} |z_i - Z^*|$$

erfüllt. Zumeist wird zur Ermittlung der Zielzahl Z* die Funktion

$$Z^* = f(\overline{Z}) = p \cdot \frac{\sum_{i=1}^{N} z_i}{N}$$

verwendet. Dann berechnet sich der „schönste“ Wert aus dem mit einem Faktor p gewichteten arithmetischen Mittel aller gewählten Zahlen. Ein solches Spiel wird als **BCG (Beauty Contest Game)** oder unter einer Einbeziehung des Parameters p als **p-BCG** bezeichnet.

Eine in zahlreichen Experimenten – und deshalb zum besseren Vergleich auch in unserer Studie – verwendete Parameterkonstellation ist

a = 0, b = 100 und p = 2/3.

Die Spielregel lautet hier also: „Wähle eine Zahl zwischen (einschließlich) 0 bis (einschließlich) 100. Du hast gewonnen, wenn deine Zahl den geringsten Abstand zu zwei Dritteln des Durchschnitts aller Spielerzahlen aufweist.“ Ein erfolgreicher Spieler wird daher versuchen, mit seiner Zahlenwahl systematisch unter dem Durchschnitt aller Mitspieler zu liegen.

Jeder Spieler muss nun eine Mutmaßung darüber anstellen, welche Zahlen seine Mitspieler wählen werden. Unter den Annahmen eines spieltheoretischen Modells gibt es dabei ein „Common Knowledge“: Alle Spieler sind rational und jeder Spieler weiß, dass seine Mitspieler genauso rational entscheiden werden wie er selbst. Deshalb kann jeder Spieler in diesem nichtkooperativen Spiel davon ausgehen, dass dominierte Strategien nicht gewählt werden. Dies führt zu folgender Überlegung:

1. Werden Spieler die Intervallobergrenze 100 wählen? Nein, denn wenn 100 im Durchschnitt gewählt wird, ist 66,66... die beste Wahl. Die Zahl 66,66… dominiert alle Zahlen die größer sind. Ein rationaler Spieler wählt also seine Zahl nur aus dem Intervall [0; 66,66…].
2. Werden Spieler die Zahl 66,66… wählen? Nein, denn wenn im Durchschnitt diese Zahl gewählt wird, ist 44,44… die beste Wahl. Die Zahl 44,44… dominiert alle Zahlen zwischen 44,44… und 66,66…. Ein rationaler Spieler wählt also seine Zahl nur aus dem Intervall [0; 44,44…].
3. Werden Spieler die Zahl 44,44… wählen? Nein, denn wenn im Durchschnitt diese Zahl gewählt wird, ist 29,63 die beste Wahl. Die Zahl 29,63 dominiert alle Zahlen zwischen 29,63 und 44,44…. Ein rationaler Spieler wählt also seine Zahl nur aus dem Intervall [0; 29,63].

…. etc.

So kann man Schritt für Schritt dominierte Strategien streichen. Diese Methode der **iterativen Elimination dominierter Strategien (IEDS)** lässt offensichtlich nach unendlich vielen Schritten das Intervall nicht-dominierter Zahlenwerte auf einen einzigen Wert zusammenschrumpfen, nämlich 0. Diese Intervalluntergrenze ist die einzige Zahl, die wegen $p = 2/3$ durch einen Spieler nicht mehr „unterboten“ werden kann. Wählen alle Spieler die Zahl 0, so befinden sie sich in einem **Nash-Gleichgewicht**. Da $Z^* = \bar{Z} = 0$ lohnt es sich nämlich für keinen einzelnen Spieler von der gewählten Zahl 0 abzuweichen. Das Gleichgewicht läuft also auf ein „Unentschieden“ zwischen den Spielern heraus.

Wird das 2/3-BCG als Zwei-Personen-Spiel (also mit $N = 2$) ausgetragen, ist sofort ersichtlich, dass die Wahl der Zahl 0 immer zum Gewinn führt, wenn der andere Spieler eine Zahl $z' > 0$ wählt, denn es gilt:

$(2/3)(z'/2) < z' - (2/3)(z'/2)$

Selbst wenn sich also der Gegenspieler nicht rational verhält, bleibt 0 immer die beste Antwort.

Die Situation ändert sich allerdings, wenn die Anzahl N der Spieler groß genug ist, um den Einfluss des einzelnen Spielers auf Z^* vernachlässigbar gering werden zu lassen. Zwar gilt auch für jedes beliebig große N weiterhin, dass die gemeinsame Wahl der Zahl 0 das (einzige) Nash-Gleichgewicht bildet. Allerdings ist diese Gleichgewichtsstrategie nicht mehr automatisch die beste Wahl, wenn sich genügend Spieler „irrational“ verhalten.

Angenommen, bei $N = 100$ würden meine 99 Mitspieler rein zufällig ihre Zahlen wählen. Sollte ich mich dann für die Zahl 0 entscheiden? Natürlich nicht, denn dann würde der erwartete Mittelwert 49,5 betragen und somit wäre die „schönste“ Zahl 33. Wenn ich davon ausgehe, dass meine Mitspieler sich nicht streng rational verhalten, ist es also durchaus vernünftig, von der Gleichgewichtsstrategie abzuweichen.

Wie verhält sich nun ein Spieler, der davon ausgeht, dass seine Mitspieler nicht ganz so klug sind wie er selbst **(„Greater-Fool-These“, GFT)**? Er wird versuchen, einen Schritt weiter zu denken als seine Konkurrenten. Je nachdem, wie weit ein Spieler dabei denkt, lässt sich ihm (im Sinne des obigen Keynes-Zitates) ein Strategiegrad („Degree“) zuordnen:

– **0. Grad:** Dieser Spieler denkt über das Verhalten seiner Mitspieler gar nicht nach. Z.B. wählt er die Zahl zufällig oder nimmt seine persönliche Glückszahl.
– **1. Grad:** Dieser Spieler bildet zunächst einen Erwartungswert Z_0 über die gewählten Zahlen seiner Mitspieler, die er selbst für Spieler vom Grad 0 hält. Als eigene Zahl wählt er dann $(2/3)\ Z_0$.
– **2. Grad:** Dieser Spieler geht davon aus, dass seine Konkurrenten Spieler 1. Grades sind. Seine Erwartung über die Erwartung seiner Mitspieler ist also $(2/3)\ Z_0$. Deshalb wird er selbst die Zahl $(2/3)^2\ Z_0$ wählen.
– **3. Grad:** Dieser Spieler geht davon aus, dass seine Mitspieler Spieler 2. Grades sind. Seine Erwartung über die Erwartung der Erwartung seiner Mitspieler ist also $(2/3)^2\ Z_0$. Deshalb wird er selbst die Zahl $(2/3)^3\ Z_0$ wählen.

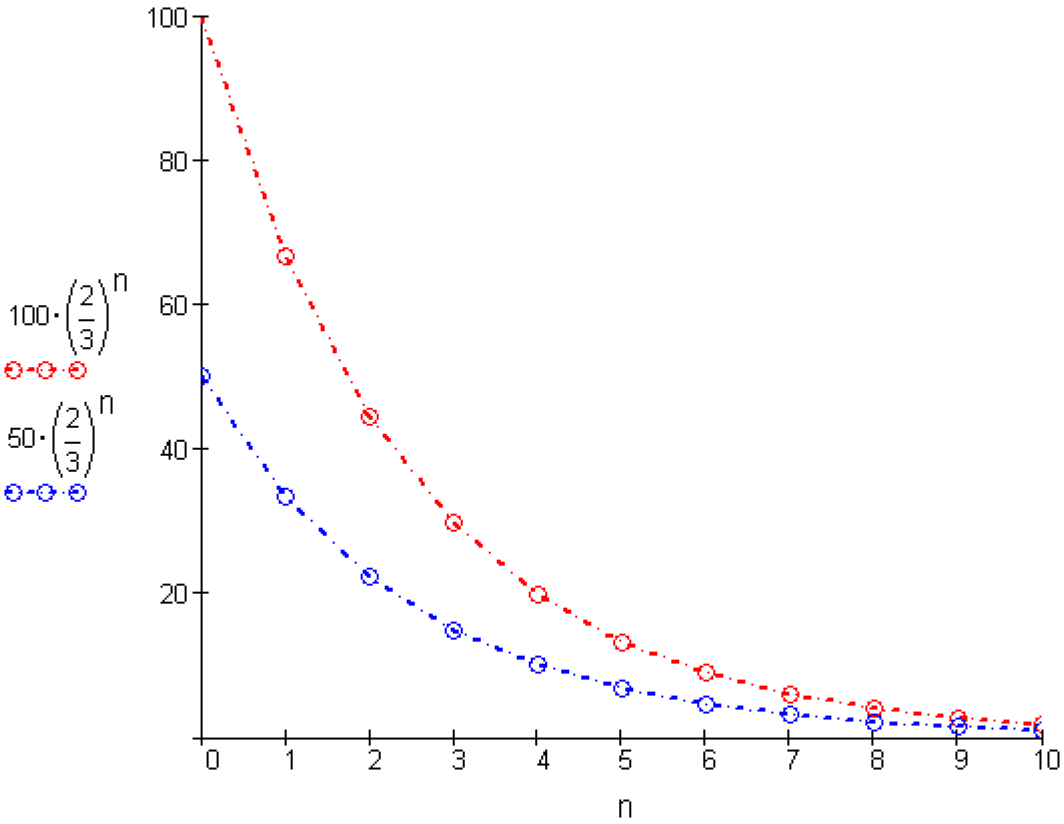
… etc.

Allgemein gilt:

Ein **Spieler vom Grad n** hält seine Konkurrenten für Spieler vom Grad (n – 1) und entscheidet sich daher für die Zahl $(2/3)^n\ Z_0$. Mit jedem weiteren Strategiegrad nähert sich diese Zahlenwahl dem Gleichgewichtswert 0 an, denn es gilt:

$$\lim_{n\to\infty} \left\{ \left(\frac{2}{3}\right)^n Z_0 \right\} = 0$$

Wird also dieses stufenweise Denken **(Steplevel-Thinking)** eines begrenzt rationalen Spielers, der sich an der GFT orientiert, auf beliebig viele Stufen ausgedehnt, so gelangt er zur selben Entscheidung wie ein rationaler Spieler nach der IEDS-Methode. Es kommt also nicht so sehr auf den Startwert Z_0 an, von dem aus ein Spieler seine Strategie entwickelt, sondern ob und bei welchem Grad n er diese Iteration abbricht. Abb. 1 zeigt für die ersten 10 Strategiegrade die jeweiligen vom Spieler erwarteten Zielzahlen. Z_0 = 100 bezeichnet den Startwert bei IEDS. Z_0 = 50 beschreibt den Fall, dass Grad-0-Spieler rein zufällig eine Zahl im Intervall von 0 bis 100 aussuchen. Ab der zehnten Stufe liegen die gewählten Zahlenwerte beider Iterationen schon so nahe beieinander, dass deren Differenz nur noch 1,7% der ursprünglichen Abweichung der Startwerte beträgt.



<u>Abb. 1:</u> Folge von erwarteten Zielzahlen für Strategiegrade n = 0,1,…,10 bei Z_0 = 100 und Z_0 = 50

Eine Veränderung der Parametervorgaben hat Einfluss auf Anzahl und Lage der strategischen Gleichgewichte eines BCG. Deshalb werden nun einige Varianten vorgestellt.

- **Variante 1:** a =0; b = 100; p = 2/3; als z_i sind nur **gerundete** Zahlen zugelassen

Ist nur eine bestimmte Anzahl an Nachkommastellen für die Nennung der Spielerzahlen erlaubt, so ist die Menge der aus dem Intervall [0, 100] zugelassenen Zahlen endlich. Der einzelne Spieler kann sich damit nicht mehr beliebig nahe an die erwartete Zielzahl Z* annähern. Dies führt zu einem zweiten Nash-Gleichgewicht, das bei der kleinsten zugelassenen positiven Zahl liegt. Wären z.B. nur alle ganzen Zahlen von 0 bis 100 erlaubt, so würde neben dem Nash-Gleichgewicht bei gemeinsamer Wahl von „0“ ein zweites Nash-Gleichgewicht bei gemeinsamer Wahl der Zahl „1“ liegen. In unserem Experiment (s. Kap.3) gab es für die Spieler ebenfalls eine Beschränkung. Erlaubt waren nur Zahlen mit maximal drei Nachkommastellen. Damit existierte ein zweites Nash-Gleichgewicht bei dem Wert 0,001. Während man sich dem Gleichgewichtswert „0“ bei ungerundeten Werten nur durch unendlich viele Schritte annähern kann, stößt man bei Verwendung gerundeten Zahlen relativ schnell auf das zweite Gleichgewicht. Die IEDS würde nach 28 Schritten den Wert 0,001 ergeben. Bei dem Ausgangswert $Z_0 = 50$ würden Spieler des 25. Strategiegrades diese Zahl wählen.

- **Variante 2:** a = 0; b = 100; p > 1

Nun lohnt es sich für den Spieler seine eigene Zahl systematisch über den erwarteten Durchschnitt aller Spielerzahlen zu setzen. Die gemeinsame Wahl der Zahl 100 stellt ein Nash-Gleichgewicht dar. Auf diese Gleichgewichtszahl stößt man durch die Iteration Z_0p^n für $0 < Z_0 < 100$ nach einer endlichen Anzahl von Schritten. Ein Spieler 1. Grades würde bei $p \geq 2$ und $Z_0 = 50$ sofort auf die Intervallobergrenze stoßen. Mit kleiner werdendem p nimmt die Zahl der notwendigen Denkschritte zu und beträgt für $1 < p < 2$ und $Z_0 = 50$:

integer{ln(2)/ln(p)} + 1

Die Intervalluntergrenze 0 bleibt als (allerdings instabiles) Nash-Gleichgewicht bestehen, da sich bei einem erwarteten Durchschnitt von 0 auch immer eine Zielzahl von 0 ergibt. Wählt man dagegen eine Intervallgrenze a > 0, so bildet die Intervallobergrenze b die einzige Gleichgewichtsstrategie.

- **Variante 3:** a = 0; b = 100; p = 1

Hier sind Zielzahl und Durchschnittswert identisch ($Z^* = \overline{Z}$). Ein Abweichen vom Durchschnitt lohnt sich für den einzelnen Spieler nicht. Also kommt es immer dann zu einem Gleichgewicht, wenn alle Spieler die gleiche Zahl gewählt haben, egal um welche Zahl aus dem Intervall es sich handelt. Ebenso kommt ein Nash-Gleichgewicht zustande, wenn die Spieler ihre Entscheidung rein zufällig, aber mit dem gleicher Wahrscheinlichkeitsverteilung auswählen. Es existieren also unendlich viele Nash-Gleichgewichte in reinen und gemischten Strategien.

3. Beschreibung des Experiments

Mit einem kontrollierten Experiment lässt sich prüfen, wie sich Probanden tatsächlich in einem BCG verhalten. Untersuchungsziel ist die Beantwortung dieser Fragen:

- Kommt ein Nash-Gleichgewicht zustande bzw. gibt es zumindest eine Tendenz zur Anpassung an ein Gleichgewicht?
- Wie rasch erkennen bzw. lernen die Spieler die Gleichgewichtsstrategie?
- Bis zu welchem Grad n versuchen Spieler die Entscheidung ihrer Mitspieler nachzuvollziehen?

Unser Experiment an der FH-Kiel im Januar 2009 baute sich so auf:

- Teilnehmer waren Studierende aus den Kursen VWL1 für Bachelor (1. Semester BWL) und nicht-konsekutiver Master (1. und 2. Semester BWL). Der spieltheoretische Hintergrund war den Teilnehmern vorher nicht bekannt.
- Die den Probanden bekannten Spiel-Parameter waren a = 0, b = 100 und p =2/3. Es waren nur maximal drei Nachkommastellen für die Zahlenangaben der Spieler erlaubt.
- Das Spiel wurde via E-Mail durchgeführt.
- Es wurde an fünf aufeinander folgenden Tagen jeweils eine Runde gespielt
- Vor jeder neuen Runde wurden die Teilnehmer über den Stand der Vorrunde informiert. Diese Informationen umfassten den Durchschnitt, die Zielzahl und die gewählte Zahl des Gewinners in der Vorrunde.
- Die Teilnehmer wurden gebeten, eine Begründung ihrer Entscheidung frei zu formulieren.
- Der Gewinner einer Runde bekam zwei Punkte als Gutschrift für die VWL-Klausur (in der maximal 45 Punkte zu erreichen waren).

Um das Spiel nicht zu abstrakt und formal erscheinen zu lassen, wurden die Spielregeln als virtueller Schönheitswettbewerb auf der fiktiven Insel „Haarina“ ausgeschrieben[3].

Die an die Teilnehmer verschickten Spielregeln stehen auf der nächsten Seite:

[3] Die Idee der Suche nach einer „schönsten Haarlänge“ lehnt sich an Selten/Nagel (1998) an.

Schönheitswettbewerb:
Wer wird Miss & Mister Haarina?

Sie und Ihre Mitspieler sind die Bewohner der Insel Haarina. Psychologen haben festgestellt, dass sich Haarinaner bei ihrem Schönheitsideal ausschließlich an der Haarlänge orientieren. Die umfangreichen Tests ergaben eine exakte Regel:

Die schönste Haarlänge entspricht genau 2/3 der durchschnittlichen Haarlänge aller Haarinaner.

(„Schönheit“ wird übrigens oft als eine kleine Abweichung von Durchschnitt empfunden!)

Jedes Jahr findet auf Haarina ein Schönheitswettbewerb unter allen Bewohnern statt, an dem auch Sie teilnehmen. Natürlich wollen Sie gewinnen. Dazu müssen Sie wie jeder andere Bewerber entscheiden, wie lang Ihre Haare sein sollen. Wählen Sie dazu eine Haarlänge von 0 bis 100 cm (0 steht also für Glatze. 100 ist die maximale Haarlänge, mehr lassen nämlich die Wachstumshormone eines Haarinaners nicht zu). Jeder andere Inselbewohner trifft für sich ebenfalls eine freie Wahl in diesem Intervall.

Keine Angst. Sie müssen Ihre Haare nur „virtuell“ schneiden bzw. wachsen lassen. Es reicht, wenn Sie eine Mitteilung per E-Mail an die Juroren des Schönheitswettbewerbs schicken. Schreiben Sie einfach die von Ihnen gewählte Haarlänge in die Betreffzeile. Benutzen Sie dazu nicht mehr als drei Stellen nach dem Komma. Entscheiden sie sich z.B. für eine Haarlänge von 85,776 cm, so schreiben Sie:

H = 85,776

Außerdem dürfen Sie kurz begründen, weshalb Sie glauben, mit der von Ihnen gewählten Haarlänge gewinnen zu können. Diese Begründung ist zwar nicht zwingend notwendig, sie vergrößert aber möglicherweise Ihre Chance auf einen Gewinn.

Schicken Sie Ihre Mail bis Montag 12. Januar 2009 20.00 Uhr an xxxx@xxx Sie erhalten dann im Laufe des Abends (bis 24.00 Uhr) von den Schönheits-Juroren eine Mitteilung über (1) die durchschnittliche Haarlänge aller Spieler, (2) das dazu passende „Schönheitsideal“ und (3) die tatsächlich eingereichte schönste Haarlänge, die unter den Einsendungen gewonnen hat. Am nächsten Tag (= eine neues „Jahr“) findet ein neuer Wettbewerb statt, an dem Sie wieder teilnehmen. Sie können nun wieder eine Haarlänge von 0 bis 100 cm frei wählen, Ihre Entscheidung kurz begründen und die Mail bis 20.00 Uhr verschicken. Und wieder erfahren Sie danach von den Juroren, welche Haarlänge diesmal dem Schönheitsideal am nächsten kam. Nun folgen noch drei weitere Runden. Freitag (16. Januar) ist also der letzte Wettbewerb.

Erst nach der letzten Runde werden die Gewinner des Spiels namentlich ermittelt und bekannt gegeben. Dabei gelten folgende Regeln:

1. In jeder der 5 Runden gewinnt die Haarlänge, die am nächsten an dem Schönheitsideal (also zwei Drittel der im arithmetischen Durchschnitt aller Spieler genannten Haarlängen) liegt.
   - Haben mehrere Spieler diesen Spitzenplatz erreicht, so wird derjenige ausgewählt, der eine nachvollziehbare Begründung für seine Haarlänge geliefert hat. („Habe geraten“ reicht nicht aus, Sie müssen schon angeben, warum Sie gerade diese Zahl und keine kleinere oder größere gewählt haben.)
   - Sind bei mehreren Spielern solche Begründungen vorhanden, so gewinnt derjenige, der in allen 5 Runden von den jeweiligen Schönheitsidealen insgesamt am wenigsten abgewichen ist.
   - Sollte dann immer noch kein eindeutiger Gewinner zu ermitteln sein, so gewinnt derjenige, dessen Mail am schnellsten bei den Juroren eintraf.

   Der so ermittelte Gewinner erhält dann 2 Bonuspunkte für die Klausur.
2. Pro Gewinner werden nur 2 Bonuspunkte vergeben. Wer in einer Runde gewonnen hat, wird für eine weitere Runde nicht mehr als Gewinner aufgestellt.
3. Nur Spieler, die alle 5 Runden vollständig mitgespielt haben, können Bonus-Punkte gewinnen!! Wird der beste Spieler einer Runde disqualifiziert, weil er an einer anderen Runde nicht teilgenommen hat, so erhält der nächstbeste Spieler die Bonuspunkte für diese Runde.

So werden am Ende des Spiels insgesamt 5 Spieler je zwei Punkte erworben haben. Es lohnt sich also für alle Spieler bis zur letzten Runde durchzuhalten, denn auch in der letzten Runde gibt es noch eine Chance.

---

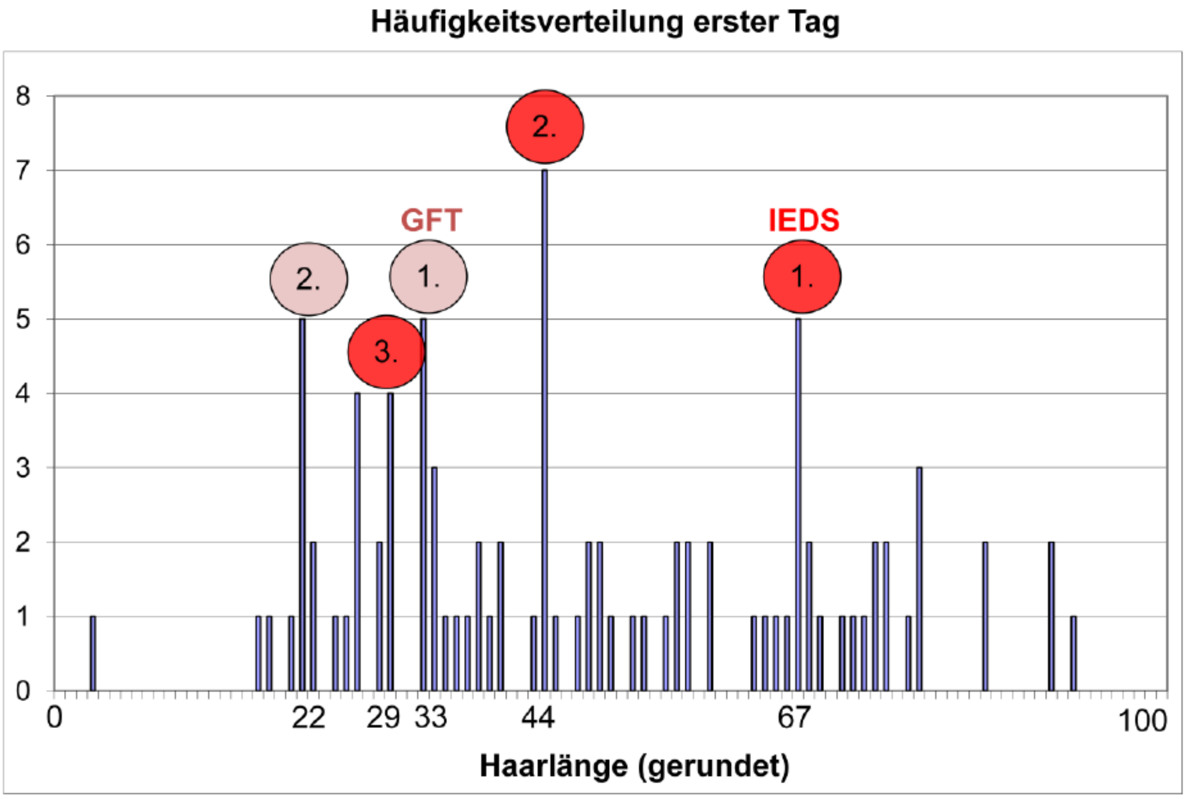
4. Ergebnisse

4.1 Auswertung der ersten Runde

4.1.1 Häufigkeitsverteilung der gewählten Zahlen

Insgesamt nahmen 91 Studierende an der ersten Runde teil. Abb. 2 zeigt die Häufigkeitsverteilung der per E-Mail eingesendeten Werte, die zur besseren Übersichtlichkeit auf ganze Zahlen klassiert sind. Der Durchschnittswert lag bei 48,12, womit die „schönste Haarlänge" 32,077 betrug. Als niedrigster Wert wurde 2,555 gewählt. Somit entschied sich kein Spieler für die Gleichgewichtstrategien „0" bzw. „0,001". Dagegen verhielten sich 26,4% der Probanden irrational, indem sie eine Zahl wählten, die über 66,666 lag und somit von vorneherein nicht gewinnen konnte. Die höchste genannte Zahl in dieser Runde war 92,5.

Der Kolmogorov-Smirnov-Anpassungstest ergab, dass bei einem Signifikanzniveau von 5% die Nullhypothese einer Gleichverteilung der gewählten Zahlen abgelehnt werden muss, während sich die Nullhypothese einer Normalverteilung nicht signifikant ablehnen lässt (vgl. Anhang A1). Die Verteilung mit einem Mittelwert nahe 50 legt auf den ersten Blick eine zufällige Verteilung nahe, die durch Spieler vom Grad 0 geprägt ist. Allerdings weist die Verteilung mehre markante „Gipfel" auf. Genau an diesen Stellen liegen die Zahlenfavoriten, die sich bei unterschiedlichen Iterationsgraden und unterschiedlichen Startwerten (IEDS für Z_0 =100, GFT für Z_0 = 50) ergeben. 28,6% der Spieler verteilten sich auf diese fünf Zahlen als Spieler 1., 2. bzw. 3. Grades. Die Auswertung der Begründungen lässt erkennen, dass der Anteil solcher Spieler tatsächlich aber noch höher lag.



<u>Abb. 2:</u> Absolute Häufigkeit der gewählten Zahlen am ersten Spieltag. Markiert sind die Zahlen, die sich bei Grad 1 bis 3 für Z_0 = 100 (IEDS) und Z_0 = 50 (GFT) ergeben

4.1.2. Begründungen der Spieler

Insgesamt lieferten 56 Spieler (= 62% der Teilnehmer) in der ersten Runde frei formulierte Kommentare (s. Anhang A2). Bei 32 der Begründungen leiteten die Befragten ihre Strategie aus iterativer Erwartungsbildung her. Die übrigen Antworten enthielten keine strategische Argumentation.[4] Das muss aber nicht bedeuten, dass solche Spieler nicht trotzdem zumindest intuitiv Ihre Zahl niedrig gehalten hatten. Allerdings waren Spieler, die eine Zahl kleiner 50 gewählt hatten wohl eher bereit (und wohl auch in der Lage) eine Begründung für ihre Wahl zu liefern, als Spieler, die sich für Zahlen in der oberen Intervallhälfte entschieden hatten.

Die Zahl, die am nächsten an der Zielzahl 32,077 lag, betrug 33,3. Der Kommentar des Siegers ließ erkennen, dass es sich um einen Spieler mit Strategiegrad 1 und Startwert 50 handelte:

„Ich rechne bei einer ausgewogenen Männer - Frauen Verteilung in Haarina mit einer durchschnittlichen Haarlänge von 50cm => x=33,3“

Insgesamt argumentierten 14 Probanden als Spieler 1. Grades, weitere 14 als Spieler 2. Grades und 3 Probanden als Spieler 3. Grades (vgl. Abb. 3). Als Startzahl Z_0 gaben dabei 12 Spieler die Intervallobergrenze 100 und 11 Spieler die Intervallmitte 50 an. Zwei Spieler gingen ohne nähere Begründung von einem Durchschnittswert unter 50 aus (32 und 43). 7 Spieler wählten Durchschnittswerte zwischen 50 und 100 als Startzahl.

Grad n	**Z_0 =100**	**50 < Z_0 < 100**	**Z_0 = 50**	**Z_0 < 50**	*Anteil*
n = 1.	4	4	5	2	*46,7%*
n = 2.	5	3	6	-	*43,8%*
n = 3.	3	-	-	-	*9,4%*
Anteil	*37,5%*	*21,9%*	*34,4%*	*6,3%*	*100%*

Abb. 3: Auswertung der Steplevel-Thinking-Begründungen

Ein Spieler 3. Grades zeigte, dass er IEDS-Konzept und Nash-Gleichgewicht erkannt hatte:

„Hier sende ich meine Haarlänge von H=29,629. Warum ich diesen Wettbewerb mit meiner gewählten Haarlänge teilnehmen möchte, wenn ich es rational handele:
- die maximale Haarlänge ist 100 cm
- davon 2/3 ist 66,666 cm
- 2/3 von 66,666 ist 44,444 cm
- davon noch 2/3 ist 29,629 cm
*also, d.h. (100*2/3*2/3*2/3)*
Wenn meine Konkurrenten denken, dass die mit den Haarlängen 2/3 von 100 cm gewinnen könnten,

[4] Z.B.: „Ich habe 22,5cm gewählt, da ich im Moment selbst diese Haarlänge habe.“ Natürlich lud das Spiel auch dazu ein, nicht ganz ernst gemeinte Kommentar zu liefern: „Ich glaube, dass es etwas mit der Wohlfahrtswirkung durch Freihandel zu tun hat. Auch wenn das wahrscheinlich an den Haaren herbei gezogen ist.“ (gewählte Zahl 44,367). Ein Kommentar lieferte übrigens auch den Titel unseres Arbeitspapiers.

dann müsste ich 2/3 von 66,666 wählen. Wenn sie noch weiterdenken, dann hätte ich Chance zu gewinnen bei 2/3 von 44,444 . Also hätte ich eine Gewinnchance mit Haarlänge von 29,629 cm. Der Rest ist Glück, da rational alle Haarlänge von 0,00001 wählen müssten.“

Offensichtlich wollten einige Spieler ganz bewusst von ihrer durch Iteration gewonnen Zahl etwas abweichen, weil Sie damit ihre Gewinnchance zu vergrößern hofften; z.B.:

„Ich habe diese Haarlänge [27, 5] gewählt, weil der Durchschnitt im schlimmsten Fall bei 100 cm liegt, das Schönheitsideal also bei 66,666 cm. Da aber niemand 100 cm wählen wird, weil er so nicht die 2/3 des Durchschnitts erreichen kann (Mehr als 100 cm geht ja nicht), müsste die durchschnittliche Haarlänge also zwischen 0 und 66,66 cm liegen. Da ich aber nicht davon ausgehen kann, dass alle anderen 100 cm wählen (weil nicht sinnvoll), läge der schlechteste Durchschnitt bei 66,66 cm. Wenn alle denken wie ich, werden sie eine Haarlänge wählen, die weniger als 2/3 von 66,66 cm beträgt, da es sehr unwahrscheinlich ist, dass sehr viele andere 66,66 cm wählen. Also müsste ein Durchschnitt von 2/3 von 2/3 von 66,66 cm dem richtigen Ergebnis recht nahe kommen. Zusätzlich habe ich noch etwas davon abgezogen, um Ausreißer ‚wieder einzufangen‘.“

Ein Spieler wählte als Startzahl die Beispielszahl aus der Spielbeschreibung und entschied sich deshalb für 34,444:

„Viele Spieler lassen sich eventuell von dem 1. Beispiel H = 85,776 beeinflussen und nehmen 2/3 von dieser Zahl…“

4.1.3 Vergleich mit anderen Studien

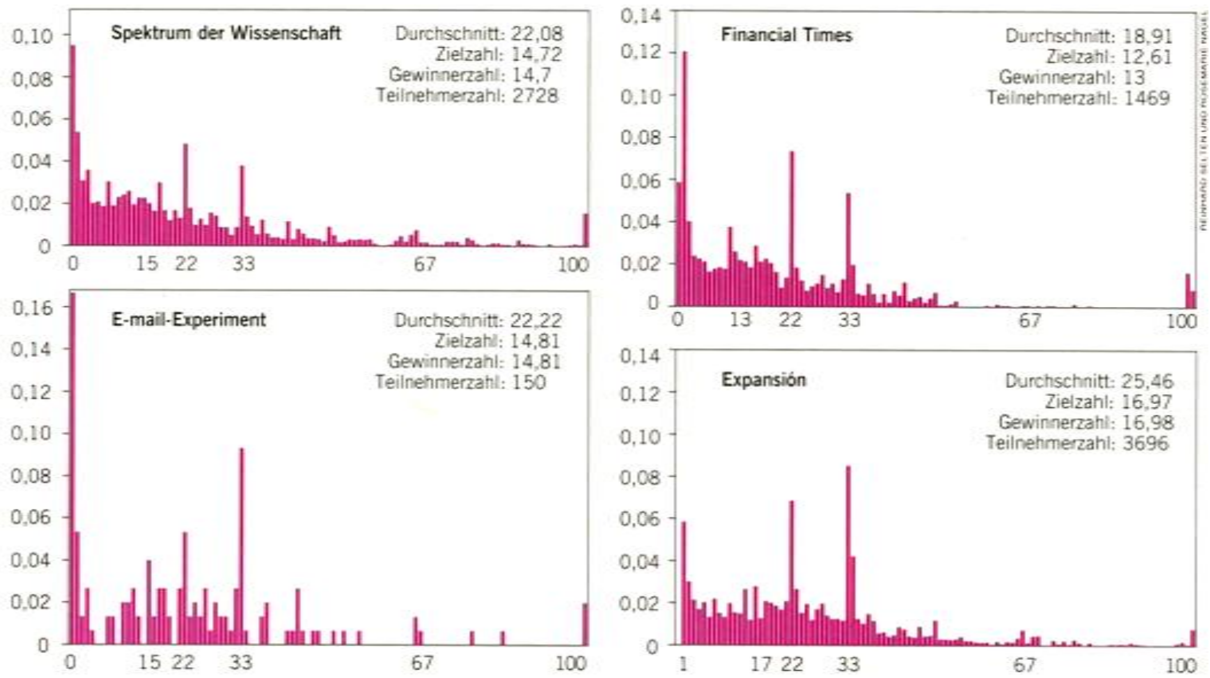
Zu der von uns gewählten Parameter-Konstellation liegen die Ergebnisse zahlreicher Referenzstudien vor, die zum Teil unter Laborbedingungen in kleinen Gruppen, zum Teil als Preisausschreiben von Zeitschriften mit einer sehr großen Teilnehmerzahl durchgeführt wurden (s. Abb. 4).[5] In all diesen Studien lagen die Mittelwerte der eingereichten Zahlen unter 40.[6] Im Vergleich zu diesen Daten ergab unser Experiment

- einen hohen Durchschnittswert,
- eine weniger linkslastige Verteilung,
- keine Besetzung der Intervallgrenzen 0 und 100.

Verhielten sich also die Spieler an unserer FH vergleichsweise „dumm“? Natürlich gab es zahlreiche Spieler, die sich mit einer Zahl größer 66,666 chancenlos ins Aus katapultiert hatten und aus einigen Kommentaren lässt sich auch entnehmen, dass Spieler den strategischen Charakter des BCG nicht erkannten oder sich schlicht verrechnet hatten. Solche Fälle treten allerdings regelmäßig auch in anderen Studien auf. Auffälliger ist vielmehr, dass der Bereich am Intervallanfang in unserem Experiment sehr dünn besetzt ist. Wäre es denn besonders klug gewesen, Zahlen nahe null zu wählen?

[5] Ein umfangreiche Metastudie zahlreicher verschiedener experimenteller BCG-Studien findet sich bei Nagel et al. (1999).
[6] Dass dabei Auswahl der Probanden nach Ausbildung und Alter durchaus eine Rolle spielt, zeigen die Ergebnisse bei Camerer et al. (2003).

Nein, denn die streng rationale Strategie „0“ erweist sich faktisch als genauso erfolglos, wie eine Zahl über 66,666. Wer nämlich diese Gleichgewichtsstrategie wählt, geht von dem Trugschluss aus, dass alle anderen genauso entscheiden wie man selbst. Darauf hatte sich aber offensichtlich keiner der Kieler Spieler einlassen wollen.



<u>Abb. 4:</u> Relative Häufigkeiten von vier verschiedenen Zahlenwahlspielen im Vergleich (Selten/Nagel 1998, S. 16)

Nicht auszuschließen ist es, dass die Gestaltung die Spielbeschreibung und die Spielregeln das Verhalten verzerrt haben könnten:

- Die Begleitgeschichte des „Haarlängen“-Wettbewerbs mag einige Spieler veranlasst haben, ihre Strategie auf längere Haare (= größere Zahlen) als Schönheitsideal zu fokussieren. Dass dieses Spiel aber auf das Schönheitsideal „Glatze“ hinauslief, wurde deshalb (zunächst) übersehen. Die Kommentare einiger Spieler lassen die Wirksamkeit eines solchen **Framing-Effektes** vermuten.
- Die in der Spielbeschreibung genannte Zahl 85,776 cm kann zu einem **Verankerungseffekt** beigetragen haben, was ja schon ein Spieler bei der Begründung seiner Startzahl vermutete.[7]

Eine mangelnde Ernsthaftigkeit der Spieler dürfte dagegen wohl keine große Rolle gespielt haben. Die Durchschnittszahl der ersten Runde, die von der Teilmenge derjenigen Spieler gewählt wurde, die auch alle 5 Runden „durchhielten“, lag bei 47,11 und unterscheidet sich damit kaum von dem Gesamtdurchschnitt am ersten Tag.

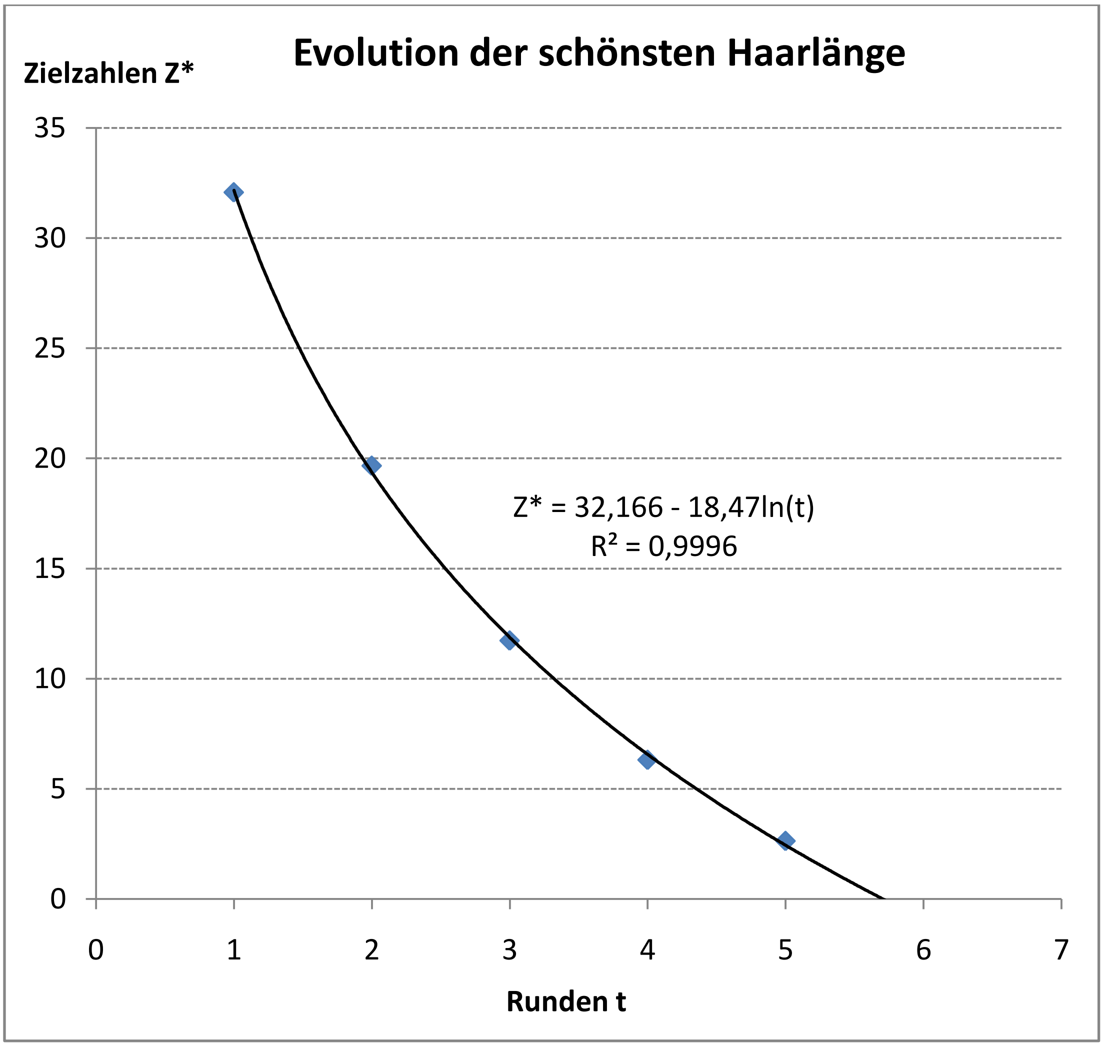
[7] Diese Zahl wurde in der Spielbeschreibung genannt, um eine einheitliche Darstellung der Betreff-Zeile der E-Mail für die Datenerfassung sicherstellen. Ganz bewusst war aber auf ein ausführliches Rechenbeispiel verzichtet worden.

4.2. Lernen in den Folgerunden

Nach der ersten Runde wurden die Spieler informiert und konnten an einer weiteren Runde teilnehmen. Die Spieler bekamen nach jeder Runde eine solche Mail (hier am Beispiel des ersten Tages) zugeschickt:

> *Liebe Haarinanerin, lieber Haarinaner,*
>
> *in der Runde 1*
> *betrug die durchschnittliche Haarlänge 48,1160989 cm*
> *Das Schönheitsideal lag also bei 32,0773993 cm*
> *Die schönste tatsächliche Haarlänge war 33,3 cm*
> *Waren Sie diese Runde nicht schön genug? Dann probieren Sie es doch das nächstemal!*
>
> *Mit Haarinanischen Grüßen*
> *Ihr Juroren-Team*

In den insgesamt fünf aufeinanderfolgenden Runden hatten die Probanden somit die Möglichkeit aus Erfahrungen zu lernen und ihre Strategie anzupassen. Welche Zielzahlen ergaben sich nun in den aufeinanderfolgenden Runden? Abb. 5 zeigt die „Evolution der schönsten Haarlänge“. Unverkennbar ist der „Trend zur Glatze“. Extrapoliert man die logarithmische Regressionsfunktion, die sich aus den ermittelten fünf Zielzahlen schätzen lässt, so wäre in der sechsten Runde das Nash-Gleichgewicht bei 0,001 erreicht worden.



<u>*Abb.5:*</u> *Evolution der „schönsten Haarlänge“*

Im Einzelnen zeigte sich folgende Entwicklung (s. Abb. 6 - 9):

- Die im Durchschnitt gewählte Zahl ging deutlich zurück und lag in der fünften Runde mit 3,95 schon ziemlich nah an den Nash-Gleichgewichten 0 bzw. 0,001.
- Die Anpassungsgeschwindigkeit in Richtung Gleichgewicht nahm dabei deutlich zu. (vgl. die logarithmische Darstellung in Abb. 9).
- Die Verteilung der gewählten Zahlen wurde „linkslastiger".
- Die Streuung der gewählten Zahlen sank. Insbesondere lagen ab der zweiten Runde alle Zahlen unterhalb der 66,666-Marke. Die Ausnahme bildete lediglich ein einziger „Ausreißer" in der vierten Runde, der dort den Wert 99,9 angab.[8]
- In keiner Folgerunde wurde die Nash-Gleichgewichtsstrategie gewählt. Der niedrigste Wert eines Spielers lag bei 1,34 (5. Runde). Dies ist insofern bemerkenswert, als aus den Spielerkommentaren hervorging, dass immer mehr Spieler die „Tendenz zur Glatze" erkannten.

Wie erwartet, sank die Teilnehmerzahl von Runde zu Runde. Am letzten Tag nahmen dann immer noch 60 Spieler teil. Deshalb wurde ein Signifikanztest auf Überprüfung der Übereinstimmung der Rundenmittelwerte durchgeführt (Nullhypothesen: $\overline{Z}_t = \overline{Z}_{t-1}$ für t = 1,..,5), der sich auf die paarweise gebundene Stichprobe bezog, die nur Spieler umfasste, die auch tatsächlich an zwei aufeinanderfolgenden Runden teilnahmen. Die Teststatistiken bestätigen dabei für jeden Rundenübergang eine signifikante Änderung des Mittelwertes (s. Anhang A 3).

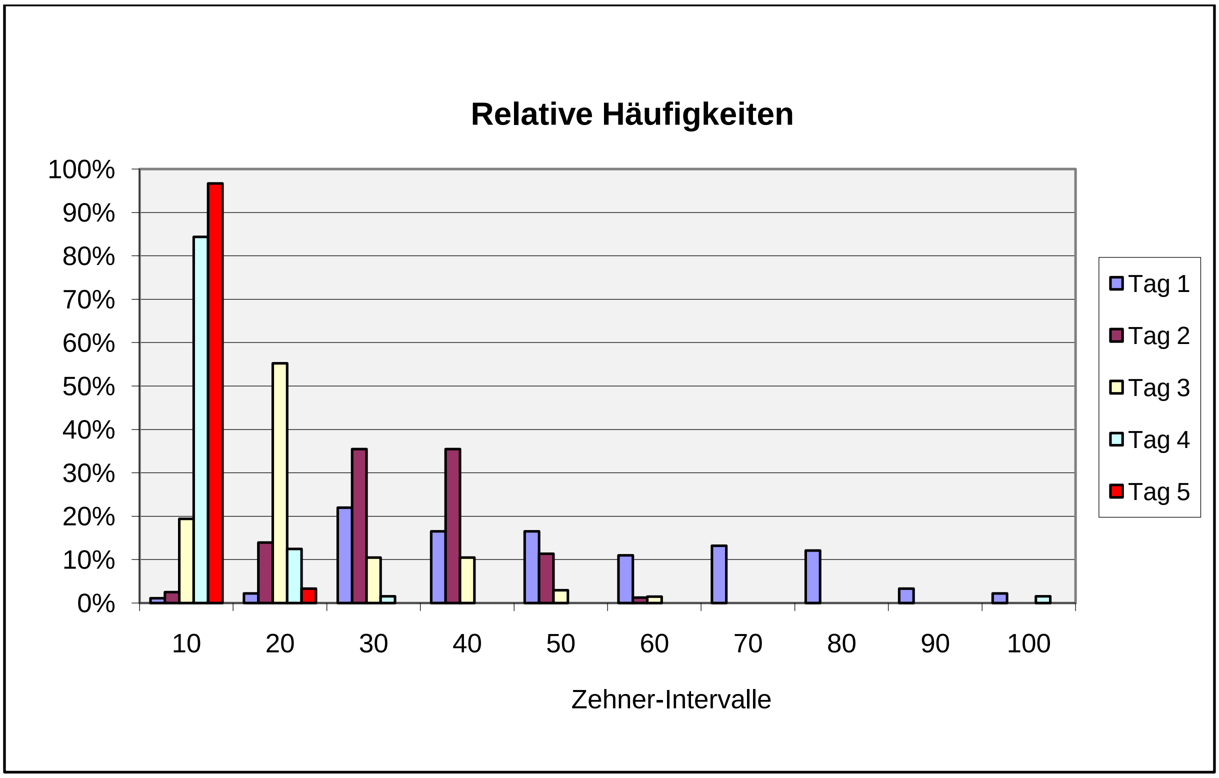


Abb. 6: Relative Häufigkeiten der gewählten Zahlen in den fünf Spielrunden auf 10er-Intervalle klassiert

[8] Dieser Proband spielte in der 5. Runde nicht mehr mit. Eine Begründung für seine Zahl hatte er nicht geliefert. Es liegt der Verdacht nahe, dass der Spieler schon in der 4. Runde wusste, dass er nicht weiter teilnehmen wird und damit disqualifiziert wird. Dies hatte ihn vielleicht veranlasst, seine Mitspieler durch diese extreme Zahl zu „ärgern". Eine andere Möglichkeit könnte in einer Absprache mit einem anderen Kommilitonen bestehen: „Ich setze eine sehr hohe Zahl, dann hast du die Chance, zu gewinnen, wenn du ein wenig höher als die anderen tippst." Solche Spielermotivationen traten auch in den Referenzstudien auf (vgl. Selten/Nagel 1998, S. 17).

	Tag 1	*Tag 2*	*Tag 3*	*Tag 4*	*Tag 5*
Zahl der Spieler	91	79	67	64	60
Mittelwert	48,1161	29,4992	17,5971	9,4740	3,9507
Standardfehler d. Mittelwertes	2,13438	1,07755	1,32076	1,50765	,33549
Median	44,4440	29,8000	13,1110	6,9115	3,3645
Standardabweichung	20,36070	9,57748	10,81089	12,06121	2,59871
Schiefe	,272	,016	1,451	6,926	3,359
Standardfehler der Schiefe	,253	,271	,293	,299	,309
Minimum	2,56	9,31	3,95	2,52	1,34
Maximum	91,76	56,70	53,45	99,90 *(23,45)**	15,79

Abb. 7: Verteilungsparameter der Häufigkeitsverteilung der genannten Zahlen in den 5 Spielrunden
(* in Klammern zweitgrößte Zahl)

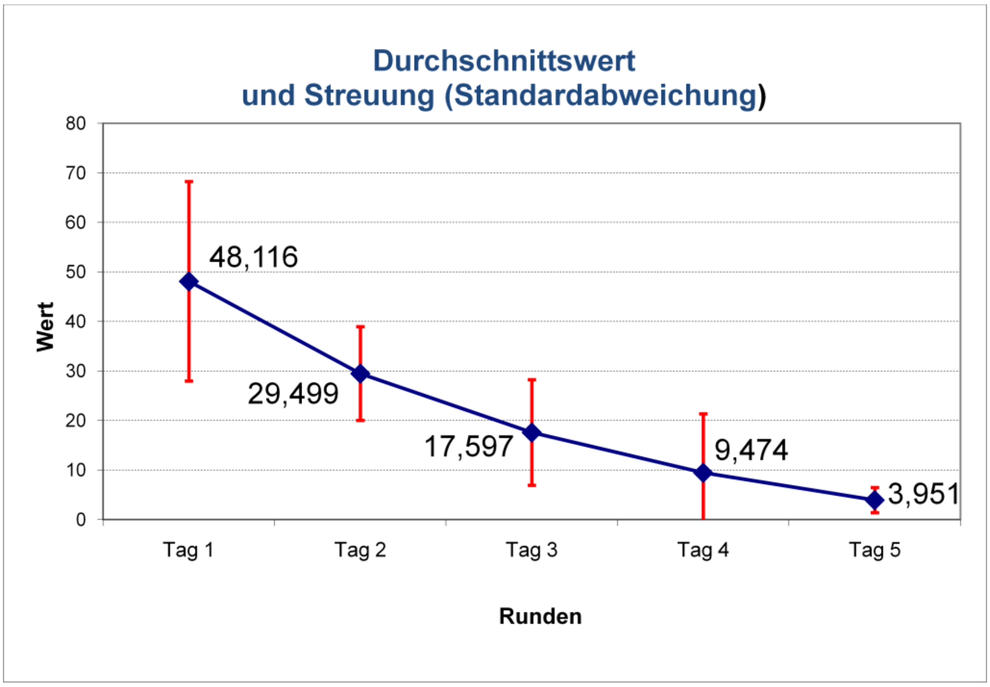
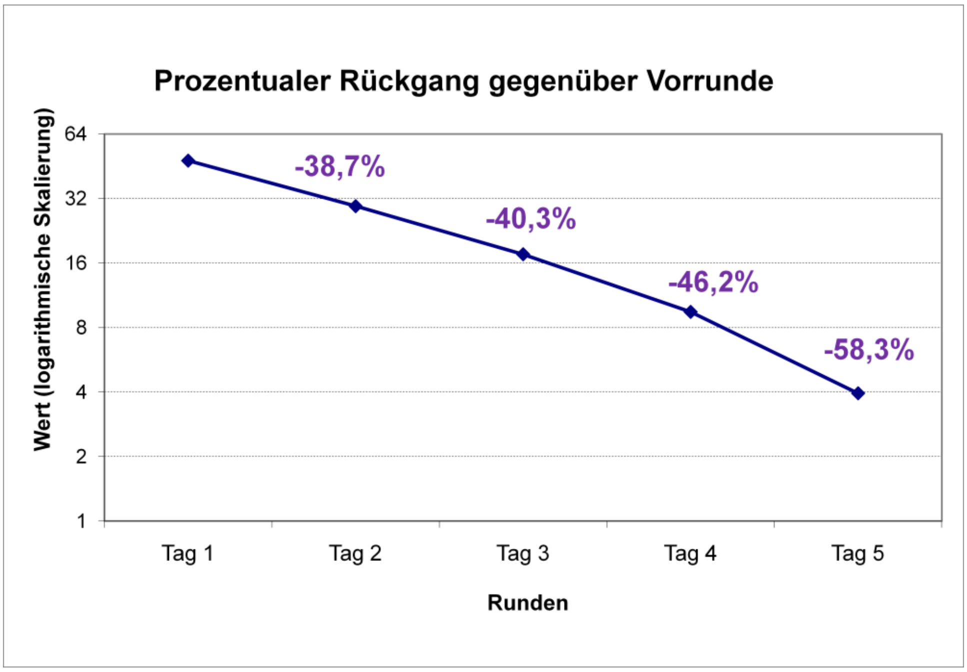


Abb. 8: Durchschnittlich gewählter Zahlenwert und Standardabweichung



<u>Abb. 9:</u> Die Anpassungsgeschwindigkeit nimmt zu

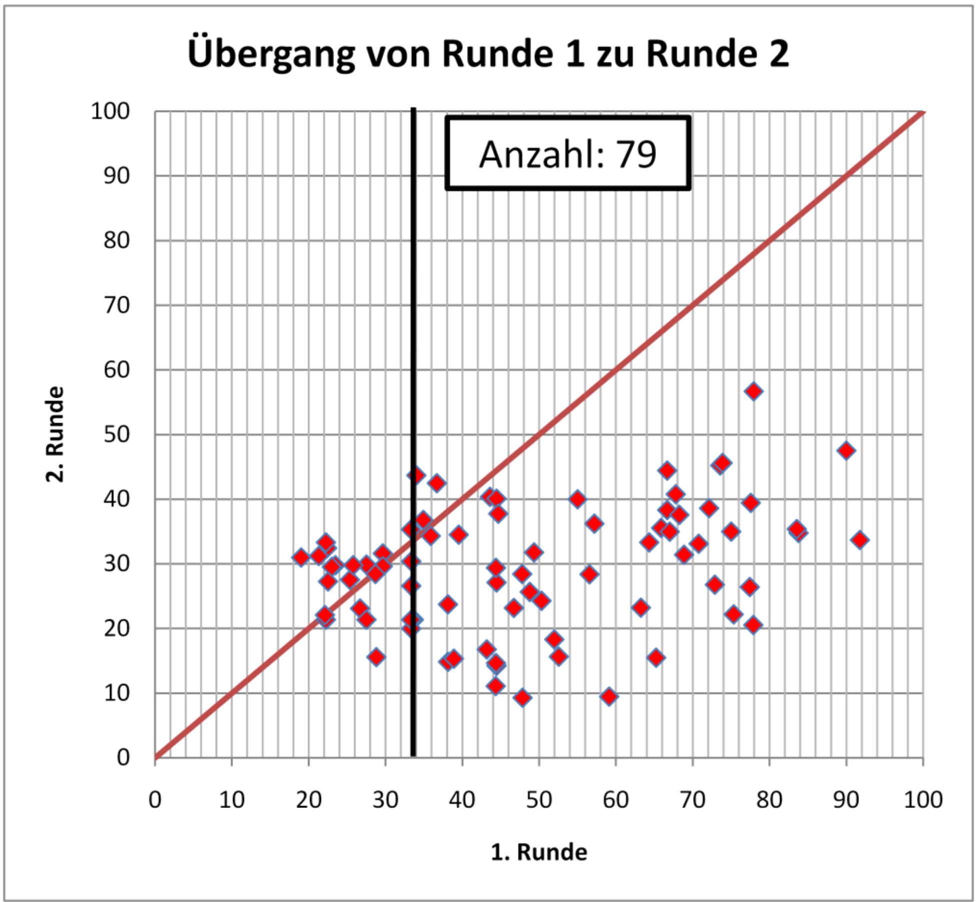
Die Abbildungen 10 bis 13 zeigen, wie sich einzelne Spieler von Runde zu Runde mit ihrer Strategie angepasst haben. Erfasst werden in diesen Diagrammen nur die Spieler, die auch in beiden jeweils genannten Runden mitspielten. Jeder Punkt steht für einen Spieler. Die Anzahl der Punkte, die sich in dem Diagramm teilweise überdecken, ist oben angegeben. An den Punktkoordinaten lässt sich dann vertikal die gewählte Zahl in der Runde t und horizontal die gewählte Zahl der Vorrunde t – 1 ablesen. Der senkrechte schwarze Strich markiert die „schönste“ Zahl der Vorrunde. Die diagonale Linie beschreibt die Konstellationen, bei denen ein Spieler für beide Runden die gleiche Zahl gewählt hätte. Liegt ein Punkt also unterhalb dieser Diagonalen, so hat der betreffende Spieler in der Folgerunde t eine niedrigere Zahl als in der Vorrunde t – 1 gewählt. Liegt der Punkt oberhalb der Geraden, so hat dieser Spieler seinen Zahlenwert erhöht.

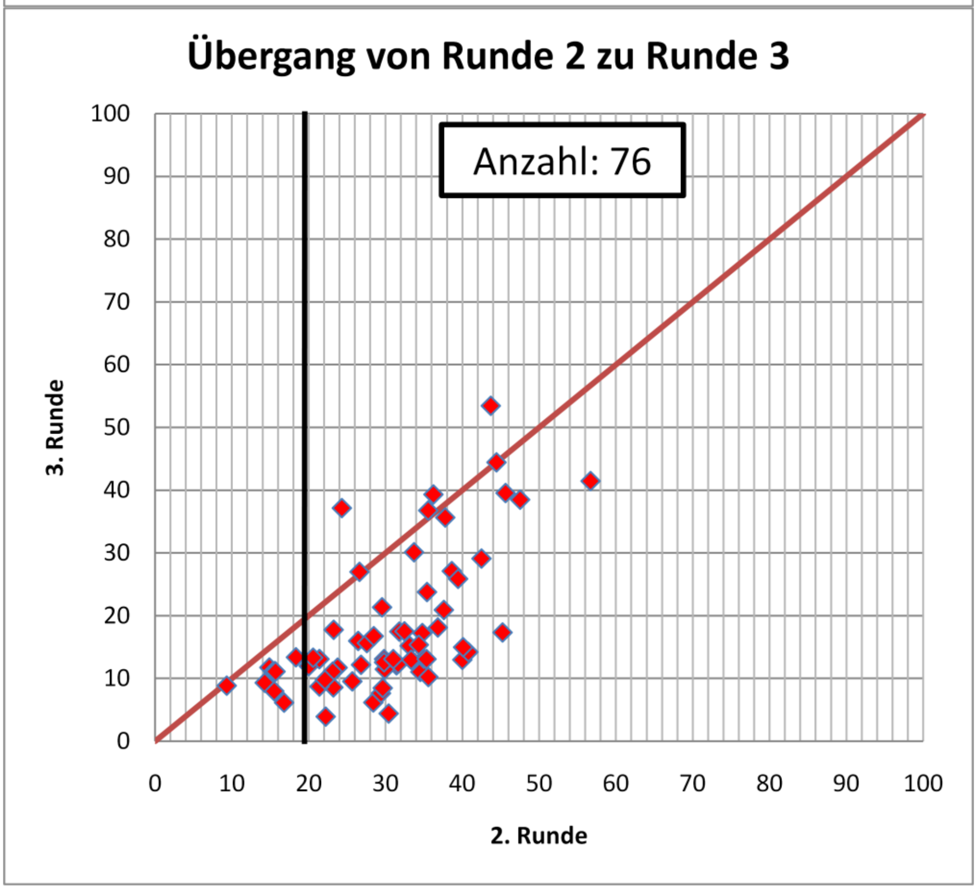
Ein Vergleich der Grafiken ergibt:

– Die Punktwolke wandert und konzentriert sich im Rundenverlauf in die linke untere Ecke des Diagramms. Dies entspricht dem oben schon festgestellten sinkenden Trend von Mittelwert und Streuung.

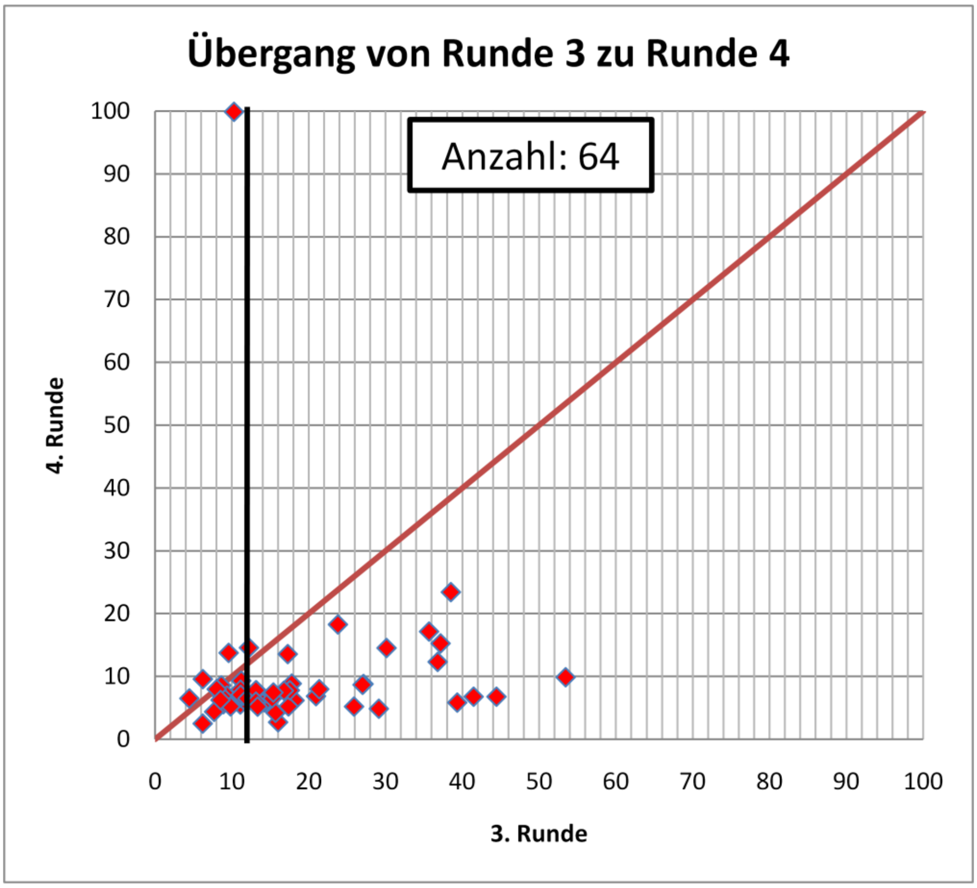
– In der zweiten Runde war eine Reihe von Spielern zu beobachten, die gegenüber der Vorrunde ihre Zahl erhöht hatten. Dies waren weit überwiegend Spieler, die zuvor mit ihrer Zahl unter der Zielzahl in der ersten Runde gelegen hatten. In der dritten Runde haben nur noch vier Spieler ihre Zahl gegenüber der zweiten Runde angehoben. Dies waren nun aber ausschließlich Spieler, die in Runde 2 mit ihrer Zahl über dem Schönheitsideal lagen. Wahrscheinlich spekulierten diese Spieler (fälschlicherweise) auf einen Zyklus der Zielzahlen. Solche Entscheidungen traten in Runde 4 und 5 aber nicht mehr auf.

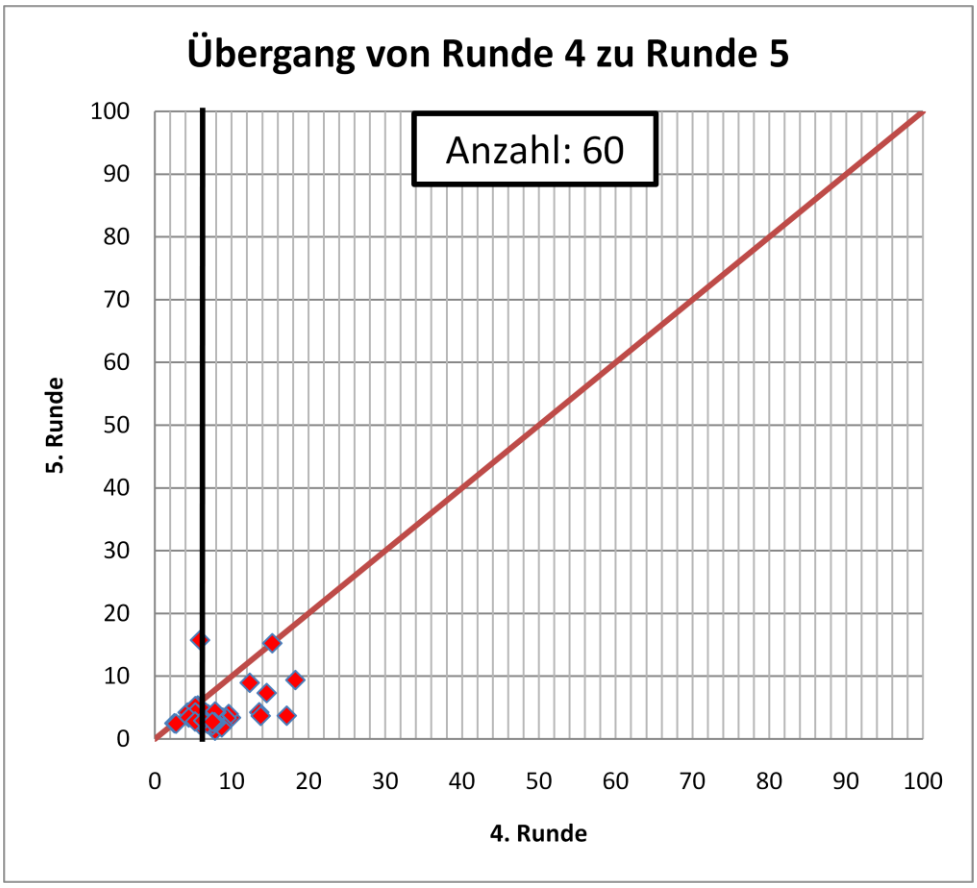
– In den ersten vier Runden behielten nur in wenigen Einzelfällen Spieler ihre Zahl unverändert bei (Punkte auf der Diagonalen). Nur in der letzten Runde war dies Verhalten etwas häufiger zu beobachten. Dies betraf vor allem Spieler, die zuvor in Runde 4 die Idealzahl unterschritten hatten. Diese Spieler wollten wohl den Trend auf sich zukommen lassen, statt ihm vorauszueilen.





<u>Abb. 10 und Abb. 11:</u> Anpassung der Zahlenwahl einzelner Spieler von Runde 1 zu Runde 2 und von Runde 2 zu Runde 3





<u>Abb. 12 und Abb. 13:</u> Anpassung der Zahlenwahl einzelner Spieler von Runde 3 zu Runde 4 und von Runde 4 zu Runde 5

Die meisten Spieler haben sich also unabhängig davon, ob ihre gewählte Zahl in der Vorperiode über oder unter der Idealzahl lag, für eine niedrigere Zahl als zuvor entschieden. Da die **Anpassungsrichtung** also bei fast allen Spielern übereinstimmte, wird nun überprüft, ob die **Geschwindigkeit** dieser Anpassung korrekt erfasst bzw. gelernt wurde.

Dazu wird auf das von Nagel (1995) verwendete **lineare adaptive Lernmodell** zurückgegriffen:

$z_{it} = a_{it}\,\bar{\bar{Z}}_{t-1}$

Als (tatsächlicher) Abweichungsfaktor a_{it} wird die relative Abweichung des Spielers i = 1,2, … N seines von ihm in Runde t = 1, ...,5 gewählten Zahlenwertes z_{it} vom Mittelwert $\bar{\bar{Z}}_{t-1}$ bezeichnet. Für t = 1 wird als Referenzpunkt die Intervallmitte 50 genommen:

$$a_{it} = \begin{cases} \dfrac{z_{it}}{50} & \text{für} \quad t = 1 \\[2ex] \dfrac{z_{it}}{\bar{\bar{Z}}_{t-1}} & \text{für} \quad t = 2,..,5 \end{cases}$$

Der (ex post) optimale Anpassungsfaktor in Periode t bestimmt sich dagegen aus:

$$a_{opt,t} = \begin{cases} \dfrac{{}^{2}/_{3} \cdot \bar{\bar{Z}}_{t}}{50} & \text{für} \quad t = 1 \\[2ex] \dfrac{{}^{2}/_{3} \cdot \bar{\bar{Z}}_{t}}{\bar{\bar{Z}}_{t-1}} & \text{für} \quad t = 2,\ldots,5 \end{cases}$$

Eine einfache Lernhypothese lautet:

1. Beobachtet ein Spieler, dass in Periode t seine gewählte Zahl über der Zielzahl lag, so wird er seinen Anpassungsfaktor in t+1 senken:

   $a_{it} > a_{opt,t} \;\Rightarrow\; a_{t+1} < a_t$

2. Beobachtet ein Spieler, dass in Periode t seine gewählte Zahl unter der Zielzahl lag, so wird er seinen Anpassungsfaktor in t+1 erhöhen:

   $a_{it} < a_{opt,t} \;\Rightarrow\; a_{t+1} > a_t$

Da es in den fünf Runden keinen Spieler gab, der die Zielzahl genau traf, kann der Fall $a_{it} = a_{opt,t}$ hier vernachlässigt werden.

In Abb. 14 sind die tatsächlichen Korrekturen der Spieler ausgezählt worden. Das Ergebnis:

– In allen Runden neigte die Mehrheit der Spieler dazu, einen zu hohen Anpassungskoeffizienten zu wählen, **unterschätzte** also die Anpassungsgeschwindigkeit.
– Die Korrektur des Anpassungskoeffizienten erfolgte aber zum überwiegenden Teil in die jeweils von der Lernhypothese prognostizierte Richtung – und zwar unabhängig davon ob zuvor der Anpassungskoeffizient zu hoch oder zu niedrig gewählt worden war.

Anders als das Ergebnis in der ersten Runde wies damit das Lernverhalten in den Folgerunden eine hohe Ähnlichkeit zu Anpassungsverläufen in anderen BCG-Studien auf (vgl. Nagel 1995, 2000; Alba-Fernández et al. 2006; Giorgi/Reimann 2007).

	Anpassung von Runde t – 1 zu Runde t			
	t = 2	**t = 3**	**t = 4**	**t = 5**
a_{t-1} zu hoch	72,9%	84,7%	69,5%	67,8%
davon haben a_t gesenkt	*90,7%*	*68,0%*	*95,1%*	*82,5%*
a_{t-1} zu niedrig	27,1%	15,3%	30,5%	32,2%
davon haben a_t erhöht	*81,3%*	*77,8%*	*72,2%*	*68,4%*

Abb. 14: Anpassungsreaktionen nach dem linearen Lernmodell

5. BCG-EXPERIMENTE IM UNTERRICHT

Experimente zählen inzwischen nicht nur zum „State of the Art“ in der empirischen wirtschaftswissenschaftlichen Forschung. Sie halten auch Einzug in die Lehre an den Hochschulen. Gerade das BCG-Experiment eignet sich unter didaktischen Gesichtspunkten dafür besonders gut[9] und so ist es auch kein Zufall, dass kürzlich sogar in einem Zeitungsartikel unter dem Titel „Schönheitswettbewerbe im Hörsaal“[10] dieses Beispiel für Experimente im Unterricht erwähnt wird:

- Das BCG bringt Anfängern in der Spieltheorie die abstrakten Begriffe „Nash-Gleichgewicht“ und „dominierte Strategien“ auf anschauliche Weise nahe. Die Studierenden entdecken „spielerisch“ die IEDS-Methode. Gleichzeitig lässt sich ein Bezug zur „General Theory“ als einem der zentralen Werke der Nationalökonomie herstellen.
- Das Experiment zeigt, dass es selbst bei sehr einfachen Entscheidungssituationen zu „irrationalem“ Verhalten – gemessen an der theoretisch erwarteten Lösung – kommen kann, sogar dann, wenn (anders als in einem itererierten Gefangenendilemma) keine Motivation für reziprokes Verhalten existiert.
- Gleichzeitig wird veranschaulicht, wie auch bei begrenzt rationalem Verhalten über Lernprozesse der Spieler eine Tendenz zum theoretischen Gleichgewicht entsteht.
- Das Spiel regt an, sich in die Erwartungsbildung der Mitspieler hineinzuversetzen. Dabei geht es eben nicht allein um mathematisch-logische Fähigkeiten, sondern auch um die soziale Intuition. Wer in diesem Spiel nur die für einen rationalen Spieler richtige Entscheidung trifft, verliert, wenn er die Irrationalität seiner Mitspieler nicht richtig antizipiert.
- Die Studierenden erfahren, wie gewagt die Greater-Fool-Hypothese („ich bin klüger als die anderen“) bei der Strategiewahl sein kann, und dass dabei die Anpassungsgeschwindigkeit in den Reaktionen der Mitspieler systematisch unterschätzt wird.

Das BCG-Experiment lässt sich außerdem flexibel an zahlreiche Varianten anpassen:

- Die Parameter können variiert werden (s. Kap. 2).
- Es kann über eine oder mehrere Runden gespielt werden.
- Es kann mit großen wie auch in kleinen Gruppen gespielt werden. Sogar als 2-Personen-Spiel eignet es sich.
- Das Spiel kann sowohl unmittelbar im Hörsaal als auch via Internet bzw. E-Mail durchgeführt werden.
- Es können Teams und/oder Einzelspieler gegeneinander antreten.[11]
- Es können sogar in einer gemeinsamen Runde Spieler gleichzeitig mit unterschiedlichen Zielzahlvorgaben ihre Zahlen wählen.[12]

---

[9] Vgl. Alba-Fernández et al. (2006).

[10] Vgl. Meyer (2009). Zufall war es allerdings, dass dieser Artikel im Handelsblatt kurz vor Beginn unseres einwöchigen Experiments erschien. Allerdings hatte keiner der studentischen Spieler diesen Zeitungsartikel zuvor gelesen und in seine Überlegungen einbezogen. Wer die Lesegewohnheiten von Studierenden kennt, den wird das auch nicht weiter verwundern.

[11] Kocher et al (2006).

[12] Zu den interessanten Eigenschaften dieser BCG-Experimente mit „heterogenen“ Spielern vgl. Güth et al. (2002).

LITERATURHINWEISE:

- AKERLOF, G.A./SHILLER, R.J.: Animal Spirits. Princeton/Oxford 2009.
- ALBA-FERNÁNDEZ, V./BRAÑAS-GARZA, P./JIMÉNEZ-JIMÉNEZ F./RODERO-COSANO, J.: Teaching Nash Equilibrium and Dominance: A Classroom Experiment on the Beauty Contest. In: Journal of Economic Education, Vol 37 (2006), S. 305 – 320.
- ALLEN, F./MORRIS, S./SHIN, H.S.: Beauty Contests and Iterated Expectations in Asset Markets. In: The Review of Financial Studies, Vol. 19 (2006), S. 719 – 752.
- CAMERER, C./HO, T./CHONG, K.: Models of Thinking, Learning, and Teaching in Games. In: AEA papers and Proceedings, Vol. 93. (2003), S. 192 – 195.
- GAO, P.: Keynesian Beauty Contest, Accounting Disclosure, and Market Efficiency. MPRA Paper No. 9480, 2007. Abruf unter: http://mpra.ub.uni-muenchen.de/9480/
- GÜTH, W./KOCHER, M./SUTTER, M.: Experimental 'Beauty Contests' with Homogeneous and Heterogeneous Players and with Interior and Boundary Equilibria. In: Economics Letters, Vol 74 (2002), S. 219 – 228.
- GIORGI, E.D./STEFAN REIMANN, S.: The Alpha-Beauty Contest: Choosing Numbers, Thinking Intervals. Workingpaper, Lugano/Bielefeld 2007. Abruf unter: http://ssrn.com/abstract=512242
- KEYNES, J.M.: The General Theory of Employment, Interest, and Money. London 1936. Abruf unter: http://etext.library.adelaide.edu.au/k/keynes/john_maynard/k44g/chapter12.html
- KOCHER, M./STRAUß, S./SUTTER, M.: Individual or Team Decision-Making – Causes and Consequences of Self-Selection. In: Games and Economic Behavior, Vol. 56 (2006), S. 259 – 270.
- MEYER, F.: Schönheitswettbewerbe im Hörsaal. In: Handelsblatt, vom 7.1.2009. Abruf unter: http://www.handelsblatt.com/politik/nachrichten/schoenheitswettbewerbe-im-hoersaal;2120300
- NAGEL, R.: A Keynesian Beauty Contest in the Classroom. In: Classroom Expernomics, 2000. Abruf unter: http://www.marietta.edu/~delemeeg/expernom/nagel.htm
- NAGEL. R.: Unraveling in Guessing Games: An Experimental Study. In: American Economc Review, Vol. 85 (1995), S. 1313 – 1326.
- NAGEL, R./BOSCH-DOMÈNECH, A./SATORRA, A./JOSE GARCÍA-MONTALVO, J.: One, Two, (Three), Infinity: Newspaper and Lab Beauty-Contest Experiments. Economics Working Papers from Department of Economics and Business, Universitat Pompeu Fabra, 1999. Abruf unter: http://econpapers.repec.org/paper/upfupfgen/438.htm
- SELTEN, R./NAGEL, R.: Das Zahlenwahlspiel – Ergebnisse und Hintergrund. In: Spektrum der Wissenschaft, Februar 1998, S. 16 – 22. Abruf unter: http://www.spektrum.de/artikel/824009&_z=798888

ANHANG

Anhang A1: Verteilungstest für erste Runde

Berechnungen mit SPSS 16.0

Kolmogorov-Smirnov-Anpassungstest

		VAR00001
N		91
Parameter der **Normalverteilung**[a]	Mittelwert	48,1161
	Standardabweichung	20,36070
Extremste Differenzen	Absolut	,095
	Positiv	,095
	Negativ	-,085
Kolmogorov-Smirnov-Z		,903
Asymptotische Signifikanz (2-seitig)		,388

a. Die zu testende Verteilung ist eine **Normalverteilung**.

Kolmogorov-Smirnov-Anpassungstest

		VAR00001
N		91
Parameter der **Gleichverteilung**[a]	Minimum	2,56
	Maximum	91,76
Extremste Differenzen	Absolut	,177
	Positiv	,100
	Negativ	-,177
Kolmogorov-Smirnov-Z		1,690
Asymptotische Signifikanz (2-seitig)		,007

a. Die zu testende Verteilung ist eine **Gleichverteilung**.

Anhang A2: Begründungen der Spieler in der ersten Runde

Gewählte Zahl	Begründung
2,555	Wären sie länger, dann würden sie mir immer im Gesicht hängen. Wenn sie kürzer wären, dann wäre es mir im Winter zu kalt auf dem Kopf.
18,444	Begründung: durchschnittliche Haarlänge (von 0 bis 100) = 50cm x 2/3 = 33,333 cm > wenn alle anderen Mitspieler ungefähr diesen Wert angeben, wären 2/3 dieses durchschnittlichen Wertes 22,222 cm - das ist der Wert, an dem ich mich orientiert habe > sollten wiederum anderen auch so kalkuliert haben, müsste man wieder 2/3 des Wertes nehmen (14,815) - evtl. haben 50% so argumentiert (22,22 + 14,815 / 2 = 18,515) > Nachkommastellen nach Gefühl
19	Kürzere Haare bevorzugt werden, weil der Zeit –und Pflegeaufwand geringer ist.
21,3	Ich habe jetzt geschätzt, dass die durchschnittl. Haarlänge bei 32 liegt. also 2/3 von 32.
22,1	Begründung: Ich vermute, dass die durchschnittliche Haarlänge deutlich unter einer Haarlänge von 50cm liegt, da die meisten versuchen werden, dem Ideal von 2/3 nahe zu kommen und damit rechnen, dass die durchschnittliche Haarlänge gerade deshalb kürzer sein wird.
22,222	wählt man den Mittelwert von 50cm und von diesem 2/3 erhält man eine Haarlänge von 33,333 cm. Ich gehe davon aus, dass die meisten Haarianer diesen Wert wählen, daher entscheide ich mich für eine 2/3 Abweichung von diesem Wert, also 22,222cm
22,222	Ausgangslage: Die max. Haarlänge beträgt 100 cm. Die min. Haarlänge 0 cm, negative Haare gibt es nicht. 2/3 der durchschnittlichen Haarlänge aller Haarianer entspricht dem schönsten Haar. Erste Überlegung: Wenn nun alle Einwohner 100 cm einsenden, dann wäre das schönste Haar 66,67 cm lang (2/3 von 100 cm). Wenn alle 0 cm einsenden, logischerweise 0. Also müsste die Haarlänge immer zwischen 66,67 cm und 0 cm liegen. Über 66,67 cm kann sie, egal, welche Längen eingesendet werden, niemals liegen, denn ein Durchschnittswert von über 100 kann nie erreicht werden, sodass 2/3 von diesem niemals mehr als 66,67 cm sein können. Weitere Überlegungen: Der empirisch beste Wert ist wohl 2/3 des Erwartungswertes ohne Bedingung. Nehmen wir also an, alle tippen 50 cm, weil sie glauben, damit erst einmal die "günstige Mitte" gewählt zu haben (tatsächlich ist 50 cm aber sehr nahe an dem eigentlichen max. Wert von 66,67). Der Durchschnittswert wäre dann 50. 2/3 davon sind 33,333 cm. Da die Einwohner aber nicht alle tatsächlich 50 cm wählen, der Durchschnitt also auch nicht 50 cm beträgt, ist die optimale Haarlänge sehr wahrscheinlich nicht 33,333 cm. 33,333 cm (oder eine Länge in dieser Nähe) könnte aber wahrscheinlich der im Endeffekt zustande gekommene Durchschnittswert sein, sodass dann die schönste Haarlänge 2/3 von 33,333 cm entspräche, also 22,222 cm.
22,5	Ich habe 22,5cm gewählt, da ich im Moment selbst diese Haarlänge habe.
23	Diese Haarlänge entspricht meinem persönlichen Schönheitsideal
23,456	Die meisten Teilnehmer werden von einer durchschnittlichen Haarlänge von 50cm ausgehen (Mittelwert 0 bis 100). Da das Schönheitsideal bei 2/3 liegt, werden die meisten Teilnehmer eine Haarlänge von ca. 33cm wählen. Somit läge der tatsächliche Mittelwert bei ca. 33cm. Also ist eine um ca. 1/3 kürzere Frisur (=ca. 22cm) "schön". Ich habe mich aus Gründen der Individualität jedoch nicht für exakt 22cm entschieden, sondern 23,456cm gewählt.
25,35	Da das Schönheitsideal eher zu kürzeren Haaren tendiert (1/3 kürzer als die durchschnittliche Haarlänge), entscheide ich mich in der ersten Runde für eine Haarlänge von H = 25,35 cm.

26,667	Die schönste Haarlänge liegt bei *26,667 cm*, weil erstmal kein Haar auf Haarina länger sein darf als 66,667cm - da wenn alle Bewohner 100cm langes blondes Haar haben, liegt das Ideal dort, weil 2/3 von 100 = 66,667 sind. Aber ich komme nicht zu diesem Wert, weil sicherlich einige meiner netten Komilitonen genau so ein Fux sind wie ich und so schonmal 2/3 von den 66,667 gerechnet haben und somit 44,444cm herauskommen müsste. Aber ich gehe auch davon aus, das ein paar Mitstudenten sich einfach nicht näher mit der Haarlänge beschäftigt haben und einen beliebigen Wert abgegeben haben und somit habe ich mir einen verrückten Durschnittswert der Haarlänge ausgerechnet, wo ich auf eine Durchschnittslänge der anderen gekommen bin von 40cm und somit liegt mein Ideal bei *26,667cm. *Außerdem hätte ich gerne die 2 Bonuspunkte!
27,5	Bei dieser Haarlänge reichen die Haare auf jeden Fall über die Ohren, d.h. es bleibt im Winter schön warm am Kopf.
27,5	Ich habe diese Haarlänge gewählt, weil der Durchschnitt im schlimmsten Fall bei 100 cm liegt, das Schönheitsideal also bei 66,666 cm. Da aber niemand 100 cm wählen wird, weil er so nicht die 2/3 des Durchschnitts erreichen kann (Mehr als 100 cm geht ja nicht), müsste die durchschnittliche Haarlänge also zwischen 0 und 66,66 cm liegen. Da ich aber nicht davon ausgehen kann, dass alle anderen 100 cm wählen (weil nicht sinnvoll), läge der schlechteste Durchschnitt bei 66,66 cm. Wenn alle denken wie ich, werden sie eine Haarlänge wählen, die weniger als 2/3 von 66,66 cm beträgt, da es sehr unwahrscheinlich ist, dass sehr viele andere 66,66 cm wählen. Also müsste ein Durchschnitt von 2/3 von 2/3 von 66,66 cm dem richtigen Ergebnis recht nahe kommen. Zusätzlich habe ich noch etwas davon abgezogen, um Ausreißer "wieder einzufangen".
28,67	Ich schätze, dass die Vorstellung der Teilnehmer von Schönheit zwischen 40 - 80 cm Haarlän-ge liegt. Davon der Durchschnitt = 60 cm. Die Teilnehmer werden als Antwort 2/3 von 60 = 40 cm abgeben. Aus diesem Grund nehme ich ich 2/3 von 40 = 26,67 cm, da 40 der Durchschnitt von aller Teilnehmer sein wird. Da es mir 26,67 cm zu wenig erscheint, ist meine ideale Haarlänge = 28,67 cm
28,789	Ich habe vermutet, dass der Durchschnitt bei 43, 184 cm liegt.
29,62	Aufgrund des 2/3 Schönheitsideals gehe ich von einem ersten Durchschnitt um 66cm Haaren aus. alle möchten ca. 2/3 drunter dieser Länge erreichen, 2 Durchschnittswert 44. ich möchte drunter liegen
29,629	(2/3)* 100 = 66,666, die schönheitslänge ist also zumindest unter 66,666 cm. Wenn alle so denken wie ich, dann schicken ja alle 66.666 cm, ich will aber nur 2/3 von der durchschnittslänge, also: (2/3)*66.666= 44.444 cm. Ich muss dann 44.444cm schicken Wenn wieder alle so denken wie ich, dann schicken ja alle 44.444 cm, ich will aber nur 2/3 davon, also: (2/3)*44.444= 29,629 cm.

29,629	Sehr geehrte Schönheits-Juroren, Hier sende ich meine Haarlänge von H=29,629. Warum ich diesen Wettbewerb mit meiner gewählten Haarlänge teilnehmen möchte, wenn ich es rational handele - die maximale Haarlänge ist 100 cm - davon 2/3 ist 66,666 cm - 2/3 von 66,666 ist 44,444 cm - davon noch 2/3 ist 29,629 cm also, d.h. (100*2/3*2/3*2/3) Wenn meine Konkurrenten denken, dass die mit den Haarlängen 2/3 von 100 cm gewinnen könnten, dann müßte ich 2/3 von 66,666 wählen. Wenn sie noch weiter denken, dann hätte ich Chance zu gewinnen bei 2/3 von 44,444 . Also hätte ich eine Gewinnchance mit Haarlänge von 29,629 cm. Der Rest ist Glück, da rational alle Haarlänge von 0,00001 wählen müßten. Herzlichen Dank!
33,3	ich rechne bei einer ausgewogenen männer - frauen verteilung in haarina mit einer durchschnittlichen haarlänge von 50cm => x=33,3
33,333	Da wir noch keine Angabe über die Länge der Haare alle Bewohner der Insel haben, habe ich mich für 2/3 von 50 cm entschieden. Einige Bewohner werden sicherlich ganz kurze Haare haben (Babys, alte Leute, die ihre Haare schon verloren haben) und einige ganz lange Haare. Ohne Angaben, kann man erstmal von einem Durchschnitt von 50 cm ausgehen, somit wäre die optimale Länge 33,333 cm.
33,333	2/3 von 50 50 liegt in der Mitte der möglichen Haarlänge. Davon 2/3 sind 33,333
33,333	Ich denke, dass die meisten Teilnehmer eine lange Haarlänge wählen, so dass der Durchschnitt ca. bei 75 liegt. Und 2/3 von 75 sind 50. Da die meisten Teilnehmer dann vermutlich die Länge H= 50 wählen, wähle ich 2/3 der 50, also 33,333
33,34	der Durchschnitt kann max. nur bei 100 cm liegen, wenn die Haarlänge aller Haarinaner 100cm beträgt. Das würde bedeuten, dass die optimale Haarlänge 66,6 cm nicht überschreiten kann. - es werden aber mit großer Sicherheit viele Haarlängen unter 100cm liegen, so dass die optimale Haarlänge weniger als 66,6 cm betragen muss - diese Überlegungen haben sicherlich viele Studenten, so dass die Haarlänge ca. bei 60 cm liegen könnte. Das würde bedeuten, dass zwei drittel von 60 cm bei 40cm liegen müsste. Geben nun die meisten Studenten 40cm an, dann liegt die optimale Haarlänge darunter usw. Ich schätze, dass der Durchschnitt bei 50cm liegt. Damit beträgt die optimale Haarlänge 33,34 cm.D34
34	Ware Schönheit kommt von Innen!
34,444	Viele Spieler lassen sich eventuell von dem 1. Beispiel H = 85,776 beeinflussen und nehmen 2/3 von dieser Zahl…
34,906	da schulterlanges haar einfach gut aussieht-nicht zu lang und nicht zu kurz! deswegen wird dieses haarschnitt der beste sein!
35,876	Es handelt sich hierbei um eine Haarlänge im Schulterbereich, die optimal in der Pflege und Gestaltung ist. Bei unzureichender Pflege sind die Haare um Handumdrehen hochzustecken, bei guter Pflege besteht eine große Anzahl verschiedenster Variationen.
36,667	Ich bin der Meinung, dass diese Länge das optimale Haarlängenmaß zwischen Kurzhaarschnitt und Langhaarfrisur ist.
38,115	Ich glaube, dass alle Teilnehmer sich an den beispielhaft genannten 85,776cm richten werden und 2/3 davon tippen werden. Deshalb tippe ich 4/9 dieses Beispiels, wodurch ich hoffentlich 2/3 der durchschnittlichen Haarlänge erreiche. Gruß

38,887	Max- 66,6periode, min o habe Durchschnit gebildet und davon 2/3 gemommen(33,3 per)- von 66,6 habe ich 2/3 genimmen -44,4 periode dann aus 33,3 und 44,4 Durchschnit und 2/3 gemommen-bin auf Zahl ich 38,887 gekommen!
39,523	eine gute haarlänge, pflegeleicht und zu evtl. feierlichkeiten besteht noch die möglichkeit für die damen aus den haaren eine besondere frisur zu bauen
43,167	Etwas "kürzere" Haare sehen einfach gesünder und gepflegter aus.
43,587	Diese Haarlänge könnte gewinnen, da sie neben der Optik auch die praktische Seite anspricht: lang genug zum Wärmen bei Kälte, kurz genug, um bei Hitze nicht allzu viel zu schwitzen.
44,333	Weil diese länge gerade im Trend liegt.
44,367	Ich glaube, das es etwas mit der Wohlfahrtswirkung durch Freihandel zu tun hat. Auch wenn das wahrscheinlich an den Haaren herbei gezogen ist.
44,444	Ich habe die maximale Länge mit 2/3 multipliziert, weil ich vermute, dass dies ungefähr dem Gesamtdurchschnitt entspricht. Da dies aber noch nicht dem Schönheitsideal entspricht, habe ich die Summe noch einmal mit 2/3 multipliziert - jetzt habe ich das Schönheitsideal.
44,444	Ich habe angenommen, dass viele erst einmal auf 2/3 von 100 tippen, was ja 66/2/3 sind und genau davon habe ich wieder 2/3 genommen.
46,7	Schöne Haare sind sexy, mit einer schönen Frisur, passender Haarlänge und einem tollen Haarschnitt kann sowohl Frau als auch Mann viele Punkte machen! Meine Haare sind besonders glatt und gepflegt, der braune Glanz durch die von mir verwendeten Pflegeprodukte ist einzigartig! Deshalb sind meine Haare und die Länge nahe am Schönheitsideal!
49,33	Ich gehe davon aus, dass die durchschn. Haarlänge 74 cm betragen wird, somit liegt die "schönste" Haarlänge bei 49,33 cm.
51,967	Ich nehme an, dass die Mitspieler von einer Haarlänge von 82cm ausgehen, überdurchschnittlich lange Haare der Frauen und die Männer lieben den "Surfer-Style" und habe davon 2/3 gewählt.
52,555	Moin, 100 is ja Maximum beim Durchschnitt. Also kann 2/3 davon maximal 66,667 sein. Den Gedanken haben bestimmt viele, also mach ich 2/3 von diesen 2/3. Das wären 44,x. Aber es gibt ja nicht nur Schlaue, dafür aber auch Superschlaue. Dies korrigiere ich mich einem geheimen Schlauheitsfaktor und tippe 52,555
55	Da die maximale Haarlänge 100 cm ist, kann, wenn die schönste Haarlänge 2/3 der Durchschnittshaarlänge beträgt, die schönste Haarlänge nie die Länge von 66,666 cm überschreiten. Daher sucht man sich nun einen Wert zwischen 0 cm und 66,666 cm Länge. Da man ebenfalls davon ausgehen kann, dass nicht alle Haarianer eine Haarlänge von 100 cm aufweisen, muss die ideale Haarlänge somit unter 66,666 cm liegen. Aus diesem Grund wähle ich als erstes eine experimentelle Haarlänge von 55 cm, da sie im oberen Viertel der möglichen Idealhaarschnittslänge liegt und ich basierend auf dem Rundenergebnis meine Haarlänge später angleichen kann.
55,555	Nach längerem Abwägen erscheint mir die Haarlänge von 55,555 am ästhetischsten und sollte demnach den Schönheitsideal am nähesten kommen.
56,432	Irgendwo musste man ja anfangen und da weder 100 cm noch 0 cm Sinn machen, habe ich mich für einen Wert knapp über der Hälfte entschieden.
59,111	Da die schönste Haarlänge genau 2/3 der durchschnittlichen Haarlänge entsprechen soll, bin ich davon ausgegangen, dass die durchschnittliche Haarlänge etwa 88,666cm lang ist, zudem ist die Länge der Haare möglich, da allgemein Haare etwa 0,3mm/Tag wachsen, somit benötigen die Haarinaner nur 296Tage für eine Haarlänge von 88,666cm.

64,321	Ich gehe davon aus, das der Inselbewohner im Durchschnitt eine Haarlänge von 50 haben. Meine Annahme hierbei ist, dass beide Geschlechter gleichverteilt sind. Männer haben – der Schönheit wegen - in der Regel kürzere Frisuren als Frauen. Bei den Frauen ist es hingegen oft umgekehrt. Außerdem werden die Haare, je länger sie werden, auch aufwendiger zu pflegen und ab einer gewissen Länge ebenso wenig schöner. Daher glaube ich nicht, das sich das Ideal streng um das Minimum (0) oder um das Maximum (100) bewegt. Ich schätze eher, es liegt bei 64,321.
66,666	Da wir keine weitere Größen bekommt haben, können wir durchschnittliche Haarlänge alle Haarinaner für 100% nehmen und von 100% 2/3 ausrechnen, dies entspricht 66,666cm.
66,666	Ich denke, dass zwei Drittel vom Ganzen als erster Tip nah an der Gewinnlänge dran ist, da es noch keine anderen Werte als 0 und 100 angegeben sind.
67,784	Ich denke, die meisten Teilnehmer werden den Wert H=66,6666 (2/3 von 100 ;o)) nehmen. Von denen muss man sich natürlich ein kleines bisschen abheben.
68,863	Meine Haare sind zu schön für die gesamte Insel und im Moment zu lang(1m), also schneid ich meine Haare auf 68,863cm ab und schenk den Rest der Oma neben an, die kaum noch Haare hat. Und schon hab ich die schönste Frisur und war sozial;)
72,875	Begründung: Wenn es um Schönheit geht, spielen die Haare bzw. die Haarlänge eine wichtige Rolle. Da kann man ein noch so schönes Gesicht haben, aber wenn man z.B. keine Haare hat wirkt das Gesamtbild etwas seltsam. Ich habe die Länge 72,875 cm gewählt, weil diese länger ist wie die Hälfte von 50 cm, aber jedoch kürzer wie 100 cm. Meine Überlegung geht dort hin, das lange Haare als schön empfunden werden. Die Hälfte ist aber sehr "normal" und die 100 cm sind meines erachtens zu viel und werden nicht mehr als schön, sondern als "lästig" empfunden. Deshalb habe ich mich dazu entschlossen einen hoffentlich gesunden Mittelweg zu nehmen. In der Hoffnung das die 72,875 cm als schön empfunden werden.
73,575	Als Grundlage für die o.g. Haarlänge habe ich die durchschnittliche Haarlänge meines Stammes, der westlichen Haarianer, zugrunde gelegt. Die Stammesmitglieder gehören laut einer aktuellen Umfrage zu den Zufriedensten und Schönsten in Haarina. Dies geht auch aus einer Studie von Neurobiologen hervor, die bei den Westhaarinern, ein auf der Welt einzigartiges Gen, das „Schönheitsgen“ festgestellt haben.
77,557	Meine Begründung ist, dass es ca. 2/3 von der längst möglichen Haarlänge ist.
77,94	In meiner Annahme leben in Haarina 375.102 Menschen. Davon sind 201.084 männlich und 174.018 weiblich. (Dies entspricht der Bevölkerung Brandenburgs vom 31.12.2006 in der Altersgruppe 18-30 Jahre) Von den Männern habe nicht alle lange Jahre und er hat sich in den letzten Jahren ein Haarlängendurchschnitt von 65,137 ergeben. Die Frauen haben ein wesentlich besseres Haarwachstum. So beträgt ihr Haarlängendurchschnitt 92,734. Nun habe ich die jeweiligen Haarlängendurchschnitte mit der Bevölkerungsanzahl des jeweiligen Geschlechts multipliziert, anschließend beide Produkte addiert und abschließend durch die Gesamteinwohnerzahl dividiert. So ergibt sich der obige Haar-Index.

Anhang A3:

Test auf Gleichheit der Mittelwerte der gewählten Zahlen im paarweisen Rundenvergleich (Berechnungen mit SPSS 16.0).

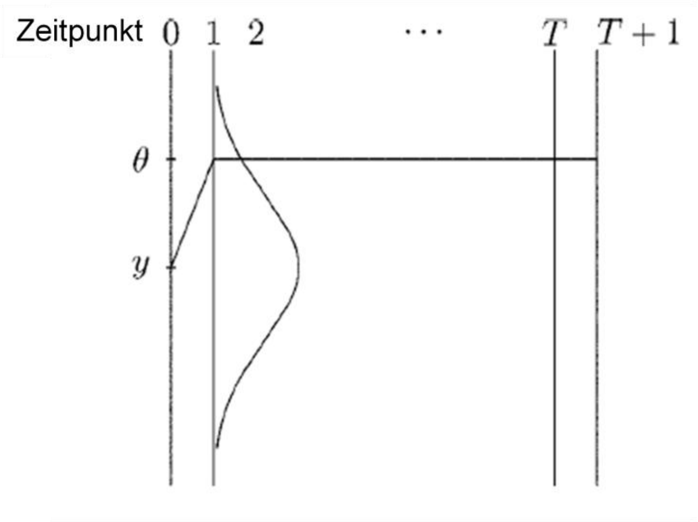
Test bei gepaarten Stichproben

		Gepaarte Differenzen							
					95% Konfidenzintervall der Differenz				
		Mittelwert	Standardabweichung	Standardfehler des Mittelwertes	Untere	Obere	T	df	Sig. (2-seitig)
Paaren 1	Runde 1 – Runde 2	19,32626	19,04618	2,15655	15,03201	23,62051	8,962	77	,000
Paaren 2	Runde 2 – Runde 3	12,44234	8,74989	1,06897	10,30808	14,57661	11,640	66	,000
Paaren 3	Runde 3 – Runde 4	8,03377	15,68227	1,96028	4,11645	11,95108	4,098	63	,000
Paaren 4	Runde 4 – Runde 5	3,74738	3,15632	,40748	2,93202	4,56275	9,196	59	,000

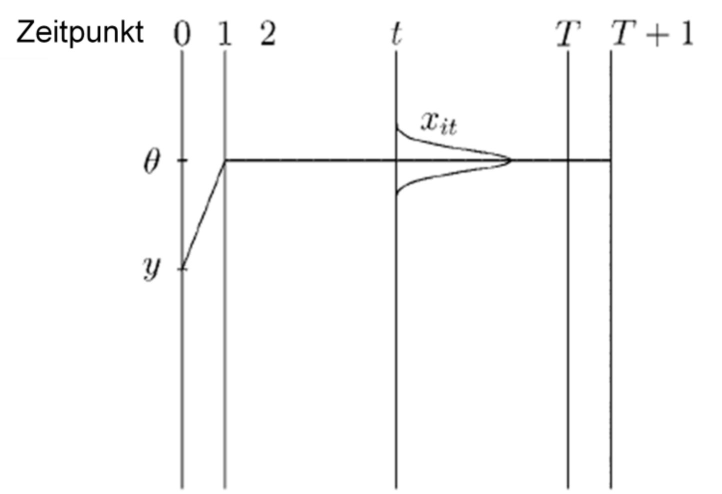
Anhang A4:

Beauty Contest und iterierte Erwartungen in einem Finanzmarktmodell:
Das Model von Allen/Morris/Shin (2006)

Betrachtet wird ein risikobehaftetes Anlageobjekt (z.B. Aktie), das über T Perioden gehandelt wird, bis es im Zeitpunkt T+1 einen Liquidationserlös in Höhe von θ erzielt. Dieser Fundamentalwert θ ist eine Zufallsvariable, die einer Normalverteilung mit Erwartungswert y und Varianz $1/\alpha$ folgt. Die Realisation dieser Zufallsgröße erfolgt schon zum Zeitpunkt 0, bleibt den Marktteilnehmern aber noch bis zur letzten Periode unbekannt. Die Investoren kennen stattdessen nur die zugehörige Wahrscheinlichkeitsverteilung, die somit eine **öffentliche Information** darstellt (s. Abb. A4-1). Jeder einzelne Investor i verfügt zusätzlich über eine **private Information** $x_i = \theta + \varepsilon_i$ zu dem Fundamentalwert. Dabei ist ε eine normalverteilte Zufallsvariable mit Erwartungswert 0 und Varianz $1/\beta$. Wegen $E(x_i) = \theta$ ist die private Information "aktueller" als die öffentliche Information (s. Abb. A4-2).



<u>Abb. A4-1:</u> Wahrscheinlichkeitsverteilung der öffentlichen Information (Allen et al. 2006, S.727, Fig.1)



<u>Abb. A4-2:</u> Wahrscheinlichkeitsverteilung der privaten Information (Allen et al. 2006, S.728, Fig.2)

Alle Anleger sind kurzfristig orientiert und treffen ihre Entscheidung nur über einen Anlagehorizont von 2 Perioden. Formal wird ein Kontinuum an Marktteilnehmern mit überlappenden Generationen unterstellt.

Die individuelle wie auch die öffentliche Erwartungsbildung über den Fundamentalwert folgt dem **Gesetz iterierter Erwartungen**, d.h:

$$E_{i,t}\left[E_{i,t+1}(\theta)\right]=E_{i,t}(\theta)=\theta$$

$$E_{\text{öff},t}\left[E_{\text{öff},t+1}(\theta)\right]=E_{\text{öff},t}(\theta)=y$$

Diese Gesetzmäßigkeit lässt sich aber nicht auf den erwarteten Durchschnitt (Belief) $E_{B,t}$ aller individuellen Erwartungen verallgemeinern, d.h.:

$$E_{B,t}\left[E_{B,t+1}(\theta)\right]\neq E_{B,t}(\theta)$$

Da die öffentliche und private Information zu jedem Zeitpunkt zur Verfügung stehen, kann auf den Zeitindex verzichtet werden, um Beliefs $E_B\left[E_B(\theta)\right]$ beliebigen Grades herzuleiten:

Die Erwartung eines Investors vom Grad 0 ergibt sich aus der gewichteten Erwartung der eigenen privaten Information und der öffentlichen Information:

$$E_i(\theta)=\frac{\alpha\cdot y+\beta\cdot x_i}{\alpha+\beta}$$

Der erwartete Durchschnitt aller Erwartungen ist dann:

$$E_B(\theta)=\frac{\alpha\cdot y+\beta\cdot\theta}{\alpha+\beta}$$

Die individuelle Erwartung eines Investors vom Grad 1 ist also:

$$E_i\left[E_B(\theta)\right]=\frac{\alpha\cdot y+\beta\cdot E_i(\theta)}{\alpha+\beta}=\frac{\alpha\cdot y+\beta\cdot\frac{\alpha\cdot y+\beta\cdot x_i}{\alpha+\beta}}{\alpha+\beta}=\left[1-\left(\frac{\beta}{\alpha+\beta}\right)^2\right]\cdot y+\left(\frac{\beta}{\alpha+\beta}\right)^2\cdot x_i$$

Ein Belief 2. Grades ist dann:

$$E_B\left[E_B(\theta)\right]=\left[1-\left(\frac{\beta}{\alpha+\beta}\right)^2\right]\cdot y+\left(\frac{\beta}{\alpha+\beta}\right)^2\cdot\theta$$

Und damit die individuelle Erwartung eines Investors vom Grad 2:

$$E_i\left[E_B\left[E_B(\theta)\right]\right]=\left[1-\left(\frac{\beta}{\alpha+\beta}\right)^2\right]\cdot y+\left(\frac{\beta}{\alpha+\beta}\right)^2\cdot x_i$$

... etc,

Allgemein bestimmt sich ein Belief vom Grad k also nach:

$$E_{k,B}(\theta)=\left[1-\left(\frac{\beta}{\alpha+\beta}\right)^{k}\right]\cdot y+\left(\frac{\beta}{\alpha+\beta}\right)^{k}\cdot\theta$$

Bei unendlich hohem Grad der Erwartungsbildung deckt sich der Belief mit der öffentlichen Information:

$$\lim_{k\rightarrow\infty} E_{k,B}(\theta)=y$$

Zu analogen Ergebnissen gelangt man auch, wenn man die Erwartungsbildung über die Zeitperioden hinweg iteriert. Für zwei Perioden gilt dann:

$$E_{B,t}\left[E_{B,t+1}(\theta)\right]=\left[1-\left(\frac{\beta}{\alpha+\beta}\right)^{2}\right]\cdot y+\left(\frac{\beta}{\alpha+\beta}\right)^{2}\cdot\theta\neq\frac{\alpha\cdot y+\beta\cdot\theta}{\alpha+\beta}=E_{B,t}(\theta)$$

Das „Gesetz iterierter Erwartungen“ ist also tatsächlich nicht erfüllt!

Nun sei angenommen, dass sich der Preis p_t des Vermögenswertes in Periode t aus dem erwarteten Durchschnitt der Erwartungen aller Marktteilnehmer über den Preis p_{t+1} in der Folgeperiode ergibt (zur theoretischen Begründung dieser Annahme durch ein vollständiges Marktmodell vgl. Allen et al, S. 726):

$p_t=E_{B,t}\left(p_{t+1}\right)$ für $t<T$

In der letzten Periode gilt $p_T=\theta$. Damit ist der Markpreis p_t eine über alle noch offenen Handelsperioden iterierte durchschnittliche Erwartung über den Fundamentalwert:

$$p_t=E_{B,t}\left(p_{t+1}\right)=E_{B,t}\left[E_{B,t+1}\left[E_{B,t+2}\left[\text{"..."}\left[E_{B,T-2}\left[E_{B,T-1}(\theta)\right]\right]\right]\right]\right]$$

Daraus folgt die **Preisentwicklungsgleichung**:

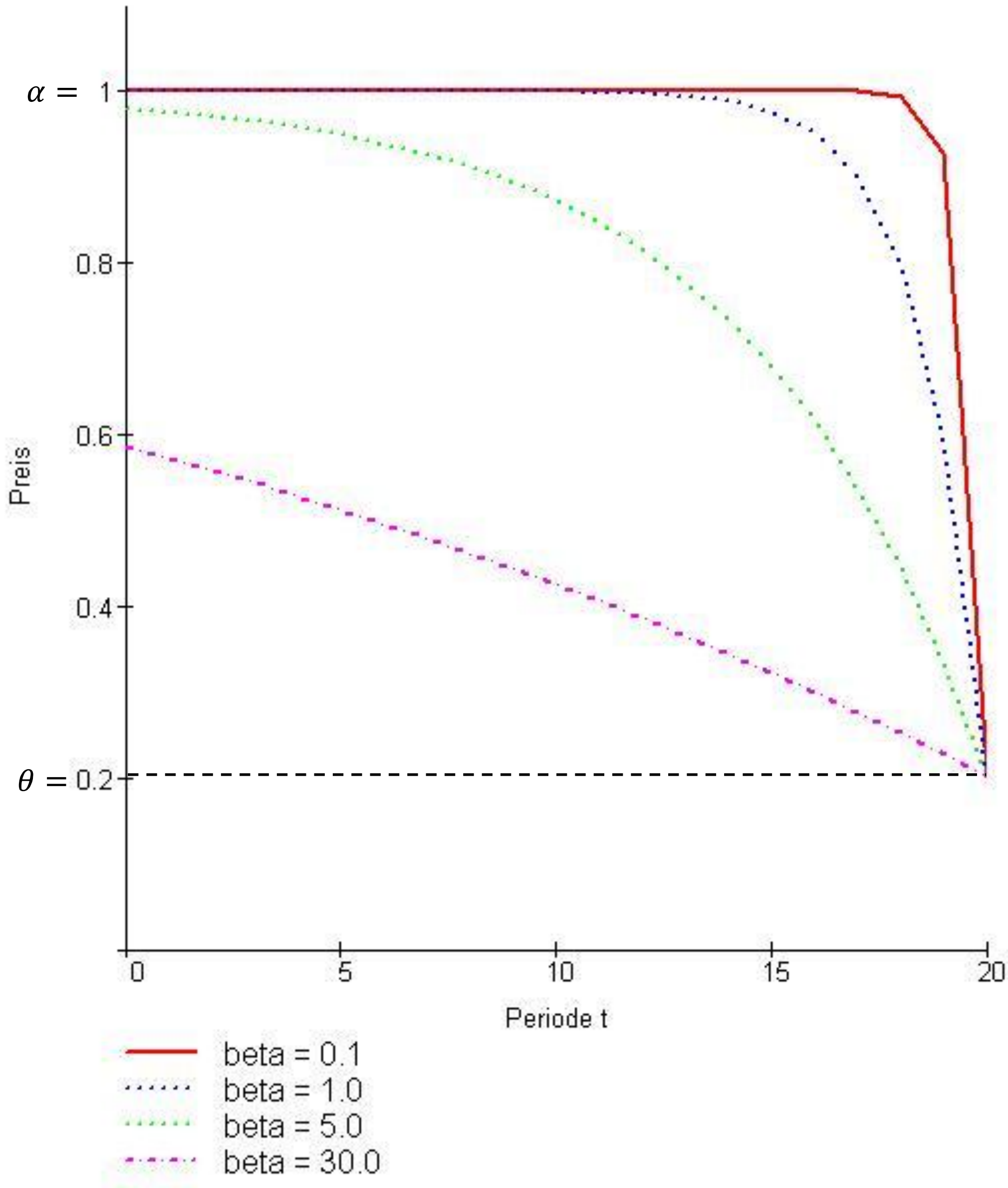
$$p_t=\left[1-\left(\frac{\beta}{\alpha+\beta}\right)^{T-t}\right]\cdot y+\left(\frac{\beta}{\alpha+\beta}\right)^{T-t}\cdot\theta$$

Abb. A4-3 zeigt eine Simulation der Preisentwicklung über 20 Perioden mit den Parametern

$\alpha := 1,\ y := 1,\ \theta := 0.2$

für vier unterschiedliche Vorgaben von β.

Der Preis ist durch die öffentliche Information verzerrt und weicht von den Fundamentalfaktoren ab. Dieser Effekt ist umso größer, je größer c.p. die Varianz des Signals der privaten Information ist. Umso später (aber dafür auch umso abrupter) setzt dann die Anpassungsreaktion des Preise in Richtung auf den Fundamentalwert (hier = 0,2) ein. Bei $\beta=0.1$ etwa weist die Anpassungsreaktion eine Ähnlichkeit mit dem Platzen einer spekulativen Blase auf. Bei sehr niedriger Varianz verläuft die Anpassung dagegen sehr stetig.



<u>Abb. A4-3:</u> Simulation der Preisentwicklung bei unterschiedlicher Varianz des privaten Informationssignals (eigene Berechnungen)